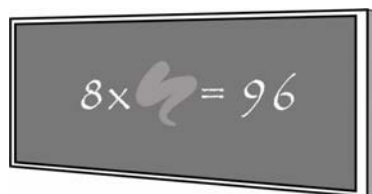


- 1) Quando Joana entrou em sua sala de aula, a professora estava apagando o quadro negro, mas ela ainda pôde ver algo escrito, conforme mostra a figura. Qual é o número que foi apagado?



- A) 8
B) 9
C) 11
D) 12
E) 13

- 2) Numa papelaria, pacotes com 500 folhas de papel, cada um, são armazenados em pilhas de 60 pacotes. Cada folha de papel tem espessura de $0,1\text{mm}$. Ignorando a espessura do papel utilizado para embrulhar os pacotes, o que podemos afirmar sobre a altura de uma pilha?

- A) É aproximadamente a sua altura.
B) É aproximadamente a altura de um bebê de um ano.
C) É aproximadamente a altura de uma mesa comum.
D) É aproximadamente a altura de um prédio de dez andares.
E) É aproximadamente a altura de uma sala de aula.

- 3) Considere dois números naturais, cada um deles com três algarismos diferentes. O maior deles só tem algarismos pares e o menor só tem algarismos ímpares. Se a diferença entre eles é a maior possível, qual é essa diferença?

- A) 997 B) 777 C) 507 D) 531 E) 729

- 4) Uma farmácia dá desconto de 30%, sobre o preço de tabela, em todos os medicamentos que vende. Ao adquirir um remédio cujo preço de tabela é 120 reais, quanto uma pessoa irá pagar com esse desconto?

- A) 36 reais B) 84 reais C) 64 reais D) mais de 116 reais E) 94 reais

- 5) Quatro cidades A , B , C e D , foram construídas à beira de uma rodovia reta, conforme a ilustração abaixo:

A B C D

A distância entre A e C é de 50km e a distância entre B e D é de 45km . Além disso, sabe-se que a distância entre a primeira e a última é de 80km . Qual é a distância entre as cidades B e C ?

- A) 15km B) 20km C) 25km D) 5km E) 10km

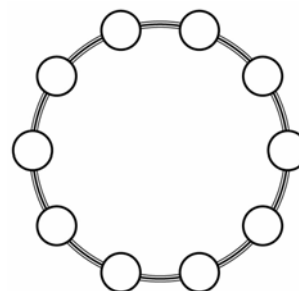
- 6) Na tabela a seguir vemos o consumo mensal de água de uma família, durante os 5 primeiros meses de 2004.

Meses	Consumo (m^3)
Janeiro	12,5
Fevereiro	13,8
Março	13,7
Abril	11,4
Maior	12,1

Qual é o consumo médio mensal dessa família de janeiro a maio?

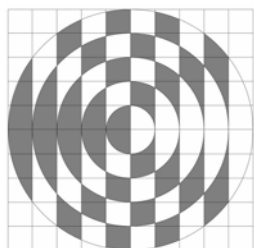
- A) $11,3m^3$
 B) $11,7m^3$
 C) $12,7m^3$
 D) $63,5m^3$
 E) $317,5m^3$

- 7) Escreva os números de 0 a 9 nos círculos ao lado, de forma que eles cresçam no sentido anti-horário. Em seguida, subtraia 1 dos números ímpares e some 1 aos números pares. Escolhendo três círculos consecutivos, qual é a maior soma que se pode obter?



- A) 19 B) 21 C) 23 D) 24 E) 25

- 8) Na malha quadriculada a seguir, todas as circunferências têm o mesmo centro. Então, pode-se concluir que a área cinza é:



- A) Dois quintos da área do círculo maior.
 B) Três sétimos da área do círculo maior.
 C) Metade da área do círculo maior.
 D) Quatro sétimos da área do círculo maior.
 E) Três quintos da área do círculo maior

- 9) A prefeitura de uma certa cidade fez uma campanha que permite trocar 4 garrafas de 1 litro vazias por uma garrafa de 1 litro cheia de leite. Quantos litros de leite pode obter uma pessoa que possua 43 dessas garrafas vazias fazendo várias trocas?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

- 10) Ester vai a uma papelaria para comprar cadernos e canetas. Nesta papelaria os cadernos custam R\$ 6,00 cada um. Se ela comprar 3 cadernos, sobram R\$ 4,00. Se o seu irmão lhe emprestar R\$ 4,00, com o total ela conseguirá comprar 2 cadernos e outras 7 canetas iguais.

- a) Quanto custa cada caneta?
 b) Se ela comprar 2 cadernos e não pedir dinheiro emprestado, quantas das canetas acima Ester poderá comprar?

1. **(D) Solução 1** - Como $96 \div 8 = 12$, temos $8 \times 12 = 96$.

Observe que a solução é equivalente a resolver a equação $8x = 96$, cuja raiz é $x = \frac{96}{8} = 12$.

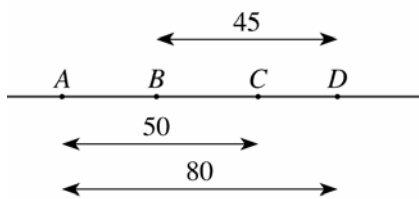
Solução 2 - Devemos encontrar na lista de cinco opções qual é o número que multiplicado por 8 dá 96. O algarismo das unidades deste número só pode ser 2 ou 7. Logo, só pode ser o número 12.

2. **(E)** Como a espessura de cada folha é $0,1mm$, a altura de um pacote com 500 folhas é $500 \times 0,1mm = 50mm$. Logo, a altura de cada pilha será $60 \times 50mm = 3000mm = 3m$.
3. **(E)** Para que a diferença seja a maior possível devemos escolher o maior número de 3 algarismos pares diferentes e o menor número de 3 algarismos ímpares diferentes. O maior número de 3 algarismos pares diferentes é 864 e o menor número de 3 algarismos ímpares diferentes é 135. A diferença entre eles é $864 - 135 = 729$.
4. **(B) Solução 1** - A pessoa irá pagar 120 reais menos o desconto que é de 30% sobre 120. Ou seja:
 $120 - 0,3 \times 120 = 120 - 36 = 84$ reais.

Solução 2 - Podemos também resolver este problema notando que se o desconto é de 30% então o preço que a pessoa pagará é 70% de 120, ou seja: $0,7 \times 120 = 84$ reais.

5. **(A) Solução 1** - Temos $CD = 80 - 50 = 30$ e $AB = 80 - 45 = 35$. Logo $BC = 80 - 35 - 30 = 15$.

Solução 2 -



Do enunciado temos: $AC = 50$, $BD = 45$ e $AD = 80$. Da figura segue que $BC = AC - AB$, logo $BC = 50 - AB$.

Logo, basta calcular AB . Para isso, note na figura que $AB = AD - BD$, e portanto, $AB = 80 - 45 = 35$.

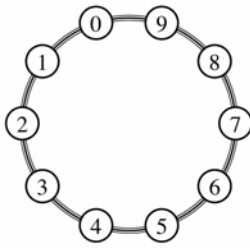
Finalmente, $BC = 50 - 35 = 15km$.

Solução 3 - Da figura temos que $45 - BC = 80 - 50$. Logo, $BC = 15km$.

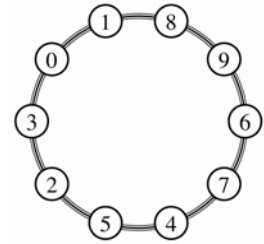
6. **(C)** Lembre que a *média aritmética* de n números é a soma desses números dividido por n . Por exemplo: a média aritmética dos números 3, 6, 8 e 26 é $\frac{3+6+8+26}{4} = \frac{43}{4} = 10,75$.

Analogamente, define-se o consumo mensal médio como a razão entre a soma dos consumos mensais e o número de meses. Logo, o consumo mensal médio é igual a $\frac{12,5+13,8+13,7+11,4+12,1}{5} = 12,7 m^3$.

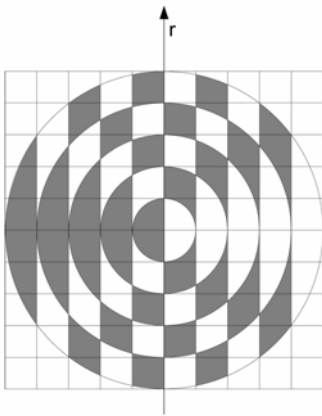
7. (C) A partir de qualquer círculo, obtemos inicialmente a seqüência 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;



Subtraindo 1 dos ímpares e somando 1 aos pares, a seqüência torna-se 1, 0, 3, 2, 5, 4, 7, 6, 9, 8. Agora é fácil verificar que a maior soma possível com 3 números consecutivos é $6+9+8=23$.



8. (C) Observe que a figura é simétrica em relação à reta r que passa pelo centro comum das circunferências. Para cada região cinza de um lado de r existe uma região branca equivalente do outro lado de r , e vice-versa. Logo, a área cinza é igual à área branca. Além disso, a soma dessas duas áreas é igual à área do círculo maior. Portanto, a área cinza é metade da área do círculo maior.



9. (D) Como $43 = 10 \times 4 + 3$, numa primeira vez, as 43 garrafas vazias podem ser trocadas por 10 garrafas cheias, sobrando ainda 3 vazias. Agora, consumindo o leite dessas 10 garrafas, ficamos com 13 vazias, $13 = 4 \times 3 + 1$, que podem ser trocadas desta vez por 3 cheias, sobrando 1 vazia. Finalmente, consumindo o leite das 3 garrafas cheias, sobram 4 vazias, que podem ser trocadas por 1 cheia. Portanto, o total de garrafas cheias de leite que podem ser obtidas é $10 + 3 + 1 = 14$.

10. Comprando 3 cadernos por 6 reais cada um ainda sobram 4 reais para Ester, logo, a quantia que ela possui é:

$$3 \times 6 + 4 = 22 \text{ reais.}$$

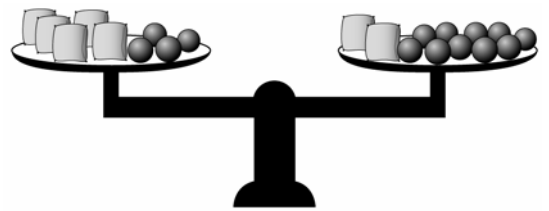
(a) Se o irmão lhe empresta 4 reais, ela fica então com $22 + 4 = 26$ reais. Conforme dados do problema, com 26 reais, Ester pode comprar 2 cadernos a 6 reais cada um e 7 canetas. Portanto, o preço das 7 canetas é $26 - 2 \times 6 = 26 - 12 = 14$ reais. Concluimos que o preço de cada caneta é $14 \div 7 = 2$ reais.

(b) Como Ester tinha 22 reais, se ela comprar 2 cadernos, sobram-lhe ainda $22 - 2 \times 6 = 22 - 12 = 10$ reais. Como cada caneta custa 2 reais, ela poderá comprar $10 \div 2 = 5$ canetas.

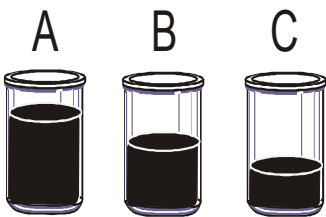
1) Um pedreiro é capaz de assentar 8 metros de muro por dia. Quantos metros de muro esse pedreiro consegue assentar em 15 dias?

- A) 104 B) 110 C) 120 D) 128 E) 112

2) A balança da figura está em equilíbrio com bolas e saquinhos de areia em cada um de seus pratos. As bolas são todas iguais e os saquinhos também. O peso de um saquinho de areia é igual ao peso de quantas bolas?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

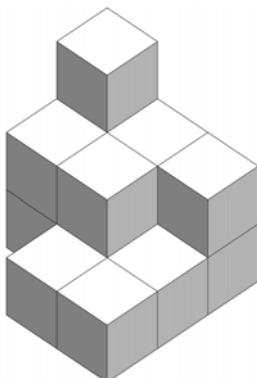


3) Três frascos, todos com capacidade igual a um litro, contêm quantidades diferentes de um mesmo líquido, conforme ilustração ao lado. Qual das alternativas abaixo melhor expressa, aproximadamente, o volume de líquido contido nos frascos A, B e C, nesta ordem?

- A) $\frac{3}{7}; \frac{4}{9}; \frac{2}{5}$ B) $\frac{2}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}; \frac{4}{6}; \frac{2}{4}$ D) $\frac{2}{3}; \frac{4}{7}; \frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{3}; \frac{4}{5}; \frac{2}{3}$

4) Um litro de álcool custa R\$0,75. O carro de Maria percorre 25km com 3 litros de álcool. Quantos reais Maria gastará com álcool para percorrer 600km?

- A) 54 B) 72 C) 50 D) 52 E) 45



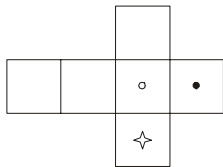
5) Num armazém foram empilhadas algumas caixas que formaram o monte mostrado na figura. Se cada caixa pesa 25kg quanto pesa o monte com todas as caixas?

- A) 300kg B) 325kg C) 350kg D) 375kg E) 400kg

6) Um livro de 100 páginas tem suas páginas numeradas de 1 a 100. Quantas folhas desse livro possuem o algarismo 5 em sua numeração?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

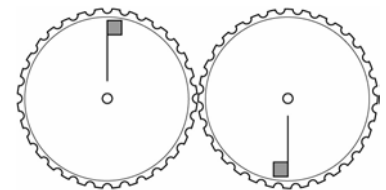
7) A figura abaixo foi desenhada em cartolina e dobrada de modo a formar um cubo.



Qual das alternativas mostra o cubo assim formado?

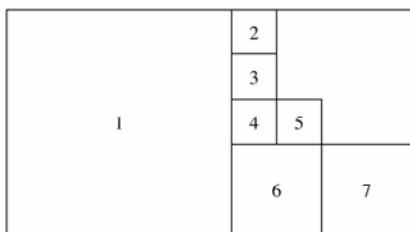
- A) B) C) D) E)

8) José colocou uma bandeirinha em cada um dos dois discos dentados que formam uma engrenagem, como mostra a figura ao lado:



Os dois discos são exatamente iguais. José girou a engrenagem, e é claro que as bandeirinhas mudaram de posição. Qual é a nova posição das duas bandeirinhas?

- A) B) C) D) E)



9) O desenho ao lado é a planta de uma casa, cujo piso é retangular, e no qual estão desenhados 7 quadrados – numerados de 1 a 7 na figura. Se a área do menor desses quadrados é 1m^2 , a área total do piso, em metros quadrados, é igual a:

- A) 42 B) 44 C) 45 D) 48 E) 49

10) O número da casa de Júlia tem exatamente três algarismos, cuja soma é 24. Encontre todos os possíveis números da casa de Júlia, em cada uma das situações a seguir:

- a) Os três algarismos são iguais.
 b) Os algarismos são todos diferentes.
 c) Apenas dois algarismos são iguais.

1.(C) Se o pedreiro assenta 8 metros por dia, em 15 dias assentará $15 \times 8 = 120$.

2. (B) Retirando-se dois saquinhos e quatro bolas de cada prato, a balança continua equilibrada, e restam 3 saquinhos no prato à esquerda e 6 bolas no prato da direita. Logo:
peso de 3 saquinhos = peso de 6 bolas.

Daí, concluímos que o peso de 1 saquinho é igual ao peso de 2 bolas.

Esta solução corresponde a explicitar x em função de y na equação $5x + 4y = 2x + 10y$, onde x representa o peso de um saquinho e y o de uma bola. Desta equação segue que:

$$5x - 2x = 10y - 4y \Rightarrow 3x = 6y \Rightarrow x = 2y.$$

3. (B) **Solução 1** - As figuras mostram que os volumes ocupados pelos líquidos correspondem, aproximadamente a mais da metade no frasco A, a metade no frasco B e menos da metade no frasco C.

O único grupo de frações que corresponde a essas estimativas é:

$$\frac{2}{3} \text{ (mais que a metade); } \frac{1}{2} \text{ (metade); } \frac{1}{4} \text{ (menos que a metade).}$$

Solução 2 - As figuras mostram que os volumes ocupados pelos líquidos são números decrescentes. As únicas opções possíveis são B e E. Como $\frac{3}{3} = 1$ e nenhum frasco está cheio, a resposta é B.

4. (A) **Solução 1** - Se num percurso de 25 km ela gasta 3 litros, então para percorrer 100 km , Maria gastará $4 \times 3 = 12$ litros. Portanto, para percorrer 600 km o carro gastará $6 \times 12 = 72$ litros. Como cada litro custa $0,75$ reais, então 72 litros custarão $0,75 \times 72 = 54$ reais.

Solução 2 - Observe que podemos usar a Regra de Três para calcular quantos litros são gastos em 600 km :

3 litros	————	25 km
x litros	————	600 km

Como esta regra de três é direta temos: $25x = 3 \times 600 \Rightarrow x = 3 \times \frac{600}{25} = 72$ litros.

Solução 3 - Como $600 = 25 \times 24$, temos que o carro gastará $24 \times 3 = 72$ litros.

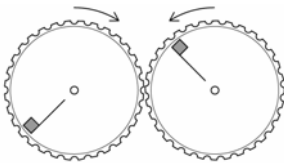
5. (C) Na figura, vemos: 1 coluna com 3 caixas, 4 colunas com 2 caixas e 3 colunas com uma caixa. Logo, o total de caixas é $1 \times 3 + 4 \times 2 + 3 \times 1 = 14$. Como cada caixa pesa 25 kg , o peso do monte de caixas é $14 \times 25 = 350 \text{ kg}$.

6. (C) O algarismo 5 aparece nos números 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 75, 85 e 95. Agora, como o livro é numerado de 1 a 100, a 1ª folha contém as páginas 1 e 2, a 2ª folha as páginas 3 e 4, a 3ª folha as páginas 5 e 6, e assim sucessivamente. Ou seja, as duas páginas que compõem cada folha têm a seguinte numeração: um número ímpar e o número par consecutivo.

$$1,2; \underbrace{3,4}; \dots; \underbrace{47,48}; \underbrace{49,50}; \underbrace{51,52}; \dots; \underbrace{59,60}; \dots; \underbrace{95,96}; \underbrace{97,98}; \underbrace{99,100}.$$

Assim, estão numa mesma folha as seguintes duplas de números: $\underbrace{49,50}; \underbrace{51,52}; \underbrace{53,54}; \underbrace{55,56}; \underbrace{57,58}; \underbrace{59,60}$. Logo, neste grupo temos 6 folhas. Por outro lado, de 1 a 48 temos 5 folhas com o algarismo 5, e de 61 a 100, 4 folhas. Portanto, o total de folhas contendo o algarismo 5 em sua numeração é: $6 + 5 + 4 = 15$.

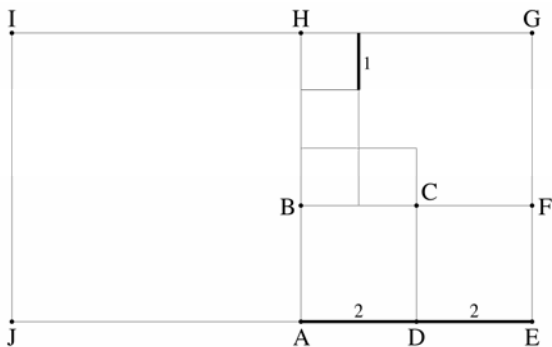
7. (B) As opções A e E; C e D são iguais entre si e distintas de (B).



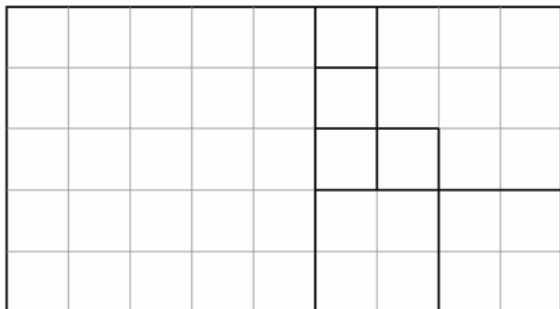
8. (A) A engrenagem desta questão é formada por dois discos dentados. Quando um deles gira no sentido horário, o outro gira no sentido anti-horário.

As 5 opções de resposta mostram a bandeira do disco à esquerda numa posição, que corresponde a uma rotação deste disco no sentido horário de um certo ângulo. Nesse caso, a engrenagem direita girou desse mesmo ângulo no sentido anti-horário, levando a bandeirinha para a posição indicada na primeira alternativa.

9. (C) **Solução 1** - Como os quadrados menores têm 1 m^2 de área, cada um deles tem lado igual a 1 m . Da figura concluímos que $BC = 2 \text{ m}$ e $BH = 3 \text{ m}$.



Como $ABCD$ é um quadrado segue que $BC = CD = AD = AB = 2 \text{ m}$. Sendo $CDEF$ também um quadrado, temos $CD = DE = 2 \text{ m}$. Novamente da figura temos: $AH = AB + BH = 2 + 3 = 5$, $JE = JA + AD + DE$ e $JA = AH$. Segue que $JE = 5 + 2 + 2 = 9$. Como $EG = AH = 5$, as dimensões do terreno são 9 m de comprimento por 5 m de largura. Portanto, a sua área é $9 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 45 \text{ m}^2$.



Solução 2 - Quadriculando o retângulo maior com quadrados de $1m^2$ de área, obtemos um retângulo ($BFGH$) formado por 12 quadrados de $1m^2$ de área, dois quadrados ($ABCD$ e $DCFE$) formados por 4 quadrados cada um de $1m^2$ de área, e um quadrado ($AHIJ$) formado por 25 quadrados de $1m^2$ de área. Portanto, a área pedida é $12 + 4 + 4 + 25 = 45 m^2$.

10. Nesta questão, o número 24 deve ser escrito como uma soma de 3 algarismos. Inicialmente, note que os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5 não podem ser usados. Se um deles fosse usado, por exemplo o algarismo 5, então teríamos que encontrar dois algarismos cuja soma é 19, pois $24 - 5 = 19$. Sabemos que isso não é possível. O mesmo ocorre com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4. Logo, o número da casa de Júlia só pode ser composto pelos algarismos 6, 7, 8 e 9.

- a) Se os três algarismos são iguais então o número da casa é 888.
- b) Se os três algarismos são diferentes, temos apenas as seguintes alternativas:
 Iniciando com o algarismo 9: 987 e 978
 Iniciando com o algarismo 8: 897 e 879
 Iniciando com o algarismo 7: 798 e 789

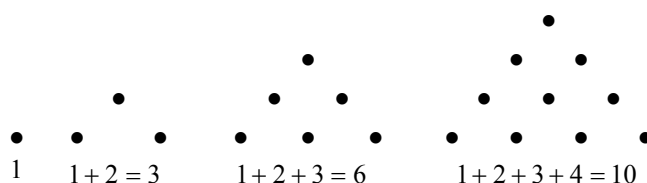
Note que neste item o número da casa não pode iniciar com o algarismo 6, pois $24 - 6 = 18$, e a única maneira de escrever 18 como soma de dois algarismos é $9 + 9$, o que daria um número com dois algarismos iguais.

- c) Com apenas dois algarismos iguais temos 3 números: 996, 699 e 969.

1) O famoso matemático grego Pitágoras chamou de *números triangulares* os números obtidos pela soma dos primeiros números inteiros maiores que 0. Por exemplo, 1, 3, 6 e 10 são números triangulares:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 3 &= 1 + 2 \\ 6 &= 1 + 2 + 3 \\ 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \end{aligned}$$

A figura ilustra a motivação para o nome *números triangulares*.



A seqüência de números triangulares continua com $1+2+3+4+5=15$, $1+2+3+4+5+6=21$, etc. Quantos são os números triangulares menores do que 100?

2) Uma bibliotecária recebe 130 livros de Matemática e 195 livros de Português. Ela quer arramá-los em estantes, colocando igual quantidade de livros em cada estante, sem misturar livros de Matemática e de Português na mesma estante. Quantos livros ela deve colocar em cada estante para que o número de estantes utilizadas seja o menor possível?

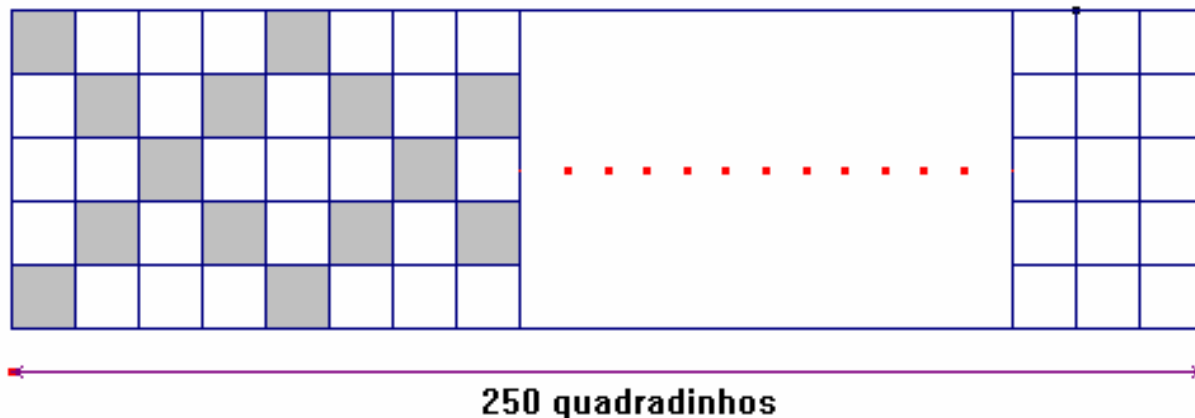
3) A sexta parte dos alunos de uma classe usam óculos. Dentre os que usam óculos, $\frac{1}{3}$ são meninas; além disso, 4 meninos usam óculos. Quantos são os alunos dessa classe?

		$\frac{3}{5}$
	$\frac{1}{2}$	
0,4	0,5	

4) Complete as casas em branco da tabela ao lado com frações de modo que a soma dos três números de qualquer linha, qualquer coluna e das duas diagonais seja sempre a mesma.

5) Sejam A , B e C algarismos diferentes de zero tais que $(AB)^2 = CAB$, isto é, o número de dois algarismos AB elevado ao quadrado dá o número de 3 algarismos CAB . Determine o valor de $A+B+C$.

6) Uma faixa quadriculada tem 5 quadradinhos na largura e 250 quadradinhos no comprimento.



Alguns quadradinhos serão pintados de cinza, começando da esquerda, conforme o modelo ilustrado na figura, e continuando com este padrão até chegar ao final da faixa à direita. Quantos quadradinhos não serão pintados?

7) João tem, em seu jardim, uma cisterna na qual ele armazena água de chuva e tira água para regar suas flores. À meia-noite do dia 31 de dezembro de 2005 a cisterna continha 156 litros de água. João tem o hábito de anotar em um quadro, todo dia, o número de litros de água gasta para regar as flores e de água recolhida da chuva. Abaixo vemos parte do quadro referente aos primeiros dias de 2006 :

Data	litros de água gastos para regar as flores	litros de água recolhidos da chuva
1º de janeiro	6	2,5
2 de janeiro	9	0
3 de janeiro	0	5
4 de janeiro	4	0
5 de janeiro	9	3
6 de janeiro	0	0
7 de janeiro	11	4,5
8 de janeiro	0	0

Quantos litros de água havia na cisterna do João à meia noite do dia 8 de janeiro de 2006 ?

1. Notamos que o segundo número triangular é obtido a partir do primeiro acrescentando-se 2, o terceiro é obtido do segundo acrescentando-se 3 e assim por diante. Essa observação nos mostra como calcular os próximos números triangulares sem fazer muitas contas; por exemplo, já sabemos que o quarto número triangular é 10, donde o quinto será $10 + 5 = 15$, o sexto sendo então $15 + 6 = 21$. Podemos assim escrever os números triangulares até passar de 100:

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} 21 \xrightarrow{+7} 28 \xrightarrow{+8} 36 \xrightarrow{+9} 45 \xrightarrow{+10} 55 \\ \xrightarrow{+11} 66 \xrightarrow{+12} 78 \xrightarrow{+13} 91 \xrightarrow{+14} 105$$

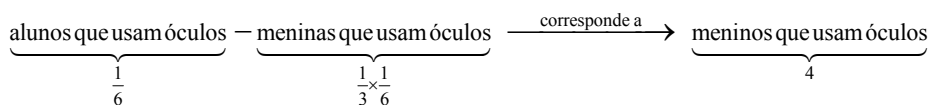
Logo, os números triangulares menores que 100, são: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78 e 91. Assim, temos 13 números triangulares menores do que 100.

2. Chamemos de n o número de livros que a bibliotecária vai colocar em cada estante. Então temos: $130 \div n =$ número de estantes para os livros de Matemática e $195 \div n =$ número de estantes para os livros de Português.

Isso mostra que n deve ser um divisor comum de 130 e 195, pois o número de estantes utilizadas é inteiro. Sabemos que quando aumentamos o denominador de uma fração, esta fração diminui (por exemplo: $\frac{27}{10}$ é menor do que $\frac{27}{8}$). Logo, quanto maior for o denominador n , menores serão as frações $\frac{130}{n}$ e $\frac{195}{n}$, o que significa que menor será o número de estantes utilizadas. Vemos assim que n deve ser o maior divisor comum (MDC) de 130 e 195. Como $130 = 2 \times 5 \times 13$ e $195 = 3 \times 5 \times 13$ segue que o MDC de 130 e 195 é $5 \times 13 = 65$.

Logo, a bibliotecária vai colocar 65 livros em cada estante. Portanto, o número de estantes para os livros de Matemática é $130 \div 65 = 2$ e o número de estantes para os de Português é $195 \div 65 = 3$, o que dá um total de $2 + 3 = 5$ estantes.

3. Nosso problema aqui é achar o número de alunos da classe. O enunciado diz que $\frac{1}{6}$ dos alunos usam óculos, e destes $\frac{1}{3}$ são meninas, isto é $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6}$ são meninas. Como



Como $\frac{1}{6} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = \frac{3}{18} - \frac{1}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$, concluímos que $\frac{1}{9}$ da classe consiste de meninos que usam óculos, que são em número de 4. Temos

$$\frac{1}{9} \text{ da classe} \xrightarrow{\text{corresponde a}} 4 \text{ alunos}$$

$$\frac{9}{9} \text{ da classe} \xrightarrow{\text{corresponde a}} 4 \times 9 = 36 \text{ alunos}$$

Logo, o número de alunos na classe é 36.

4. Para facilitar nossas contas, é conveniente reduzir todas as frações que aparecem a um mesmo denominador. Como $0,4 = \frac{4}{10}$ e $0,5 = \frac{5}{10}$, podemos reescrever a tabela como ao lado, onde indicamos com letras, os números que devemos calcular.

a	c	6/10
b	5/10	d
4/10	5/10	e

O problema pede que a soma dos números em qualquer linha ou coluna e nas duas diagonais seja sempre a mesma. Olhando para a diagonal destacada no quadrado ao lado

a	c	6/10
b	5/10	d
4/10	5/10	e

vemos que esta soma é $\frac{4}{10} + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{15}{10}$. Da 3ª linha temos então

$$\frac{4}{10} + \frac{5}{10} + e = \frac{15}{10}, \text{ donde } e = \frac{6}{10}; \text{ e da 2ª coluna temos } \frac{5}{10} + \frac{5}{10} + c = \frac{15}{10}, \text{ donde}$$

$$c = \frac{5}{10}. \text{ Colocando estes valores de } c \text{ e } e \text{ no quadrado, obtemos}$$

a	5/10	6/10
b	5/10	d
4/10	5/10	6/10

A 1ª linha nos dá então $a + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{15}{10}$, donde $a = \frac{4}{10}$; e da 3ª coluna temos

$$\frac{6}{10} + d + \frac{6}{10} = \frac{15}{10}, \text{ donde } d = \frac{3}{10}. \text{ O quadrado então fica:}$$

4/10	5/10	6/10
b	5/10	3/10
4/10	5/10	6/10

Do mesmo modo achamos $b = \frac{7}{10}$ e o quadrado está completo:

4/10	5/10	6/10
7/10	5/10	3/10
4/10	5/10	6/10

5. De acordo com a igualdade $(AB)^2 = CAB$, B é o último algarismo (o algarismo das unidades) de $(AB)^2$ e também o último algarismo de B^2 . Logo B é um número entre 1 e 9 cujo quadrado também tem B como seu último algarismo. Logo, os valores possíveis para B são 1, 5 e 6, pois esses são os únicos algarismos (diferentes de zero) tais que cada um deles e seu respectivo quadrado têm o mesmo algarismo das unidades:

$$1^2 = 1, 5^2 = 25 \text{ e } 6^2 = 36$$

CAB é um número de 3 algarismos, logo é menor que 1000. Por isso, A não pode ser maior que 3, porque qualquer número da forma $(4B)^2$ já é maior do que 1000. De fato, se A fosse maior que 3 então A seria no mínimo 4; então AB seria no mínimo 41, o que não pode acontecer pois $41^2 = 1681$ já é maior que 1000. Logo, os valores possíveis para A são 1, 2 e 3.

Vamos analisar cada caso separadamente.

1º caso: $B = 1$.

- se $A = 1$ temos $11^2 = 121$, o que implica $CA1 = 121$, donde $A = 2$;
- se $A = 2$ temos $21^2 = 441$, o que implica $CA1 = 441$, donde $A = 4$,
- se $A = 3$ temos $31^2 = 961$, o que implica $CA1 = 961$, donde $A = 6$.

Em qualquer caso chegamos a uma contradição, logo o caso $B = 1$ está excluído.

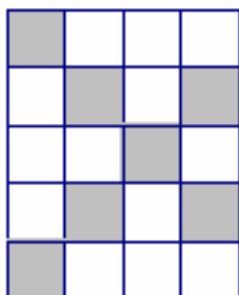
2º caso: $B = 5$

Nesse caso, $(AB)^2$ termina em 25; isto é $(AB)^2 = (A5)^2 = C25$. Temos então $CA5 = C25$, donde $A = 2$. Como $25^2 = 625$, concluímos que $C = 6$.

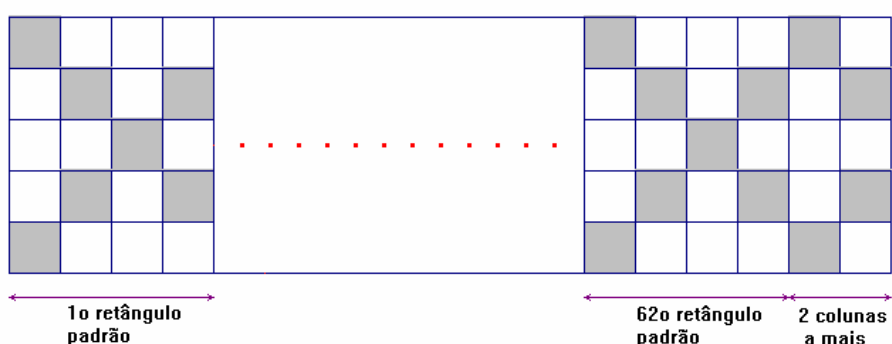
3º caso: $B = 6$

Aqui, $(AB)^2$ acaba em 36, isto é $(AB)^2 = (A6)^2 = C36$. Logo, $CA6 = C36$ donde $A = 3$ e segue que $AB = 36$. Como $36^2 = 1296$ é um número com quatro algarismos, chegamos a uma outra contradição. Logo excluímos a possibilidade $B = 6$.

Desse modo, a única possibilidade é $A = 2$, $B = 5$ e $C = 6$, onde temos $A + B + C = 13$.



6. Para pintar a faixa conforme o modelo, o retângulo padrão (aquele que se repete por toda a faixa) é o retângulo de 5 linhas e 4 colunas mostrado na figura ao lado; nele temos 7 quadradinhos pintados e 13 não pintados. Precisamos saber quantos retângulos padrão cabem na faixa. A faixa tem 250 colunas e cada retângulo padrão tem 4 colunas. Da divisão de 250 por 4 temos que $250 = 4 \times 62 + 2$, e concluímos que na faixa cabem 62 retângulos padrão, sobrando ainda duas colunas.



Nos 62 retângulos padrão temos $62 \times 13 = 806$ quadradinhos não pintados. Falta agora verificar quais os quadradinhos não pintados nas duas colunas finais. A figura mostra como são as duas colunas de acordo com o modelo. Nessas colunas temos 6 quadradinhos não pintados. Finalmente, o número de quadradinhos não pintados em toda a faixa é $806 + 6 = 812$.

7. O dia 1º de janeiro começa com 156 litros de água na cisterna, e a partir daí a cisterna recebe água da chuva e perde água para a rega das flores. Como no dia 8 não houve alteração na quantidade de água na cisterna, então o número de litros de água na cisterna no dia 8 é

$$156 + \text{litros de água de chuva do dia 1 ao dia 7} - \text{litros de água para regar do dia 1 ao dia 7}$$

O enunciado diz que a segunda parcela da expressão acima é a soma dos números da 3ª coluna, que é $2,5 + 0 + 5 + 0 + 3 + 0 + 4,5 = 15$, e a terceira parcela é a soma dos números da 2ª coluna da tabela, que é $6 + 9 + 0 + 4 + 9 + 0 + 11 = 39$. Logo, o número de litros na cisterna à meia noite do dia 8 é $156 + 15 - 39 = 132$.

1) Da igualdade $9\,174\,532 \times 13 = 119\,268\,916$ pode-se concluir que um dos números abaixo é divisível por 13. Qual é este número?

- A) 119 268 903 B) 119 268 907 C) 119 268 911 D) 119 268 913 E) 119 268 923

2) Arnaldo disse que um bilhão é o mesmo que um milhão de milhões. O Professor Piraldo o corrigiu e disse, corretamente, que um bilhão é o mesmo que mil milhões. Qual é a diferença entre o valor correto de um bilhão e a resposta de Arnaldo?

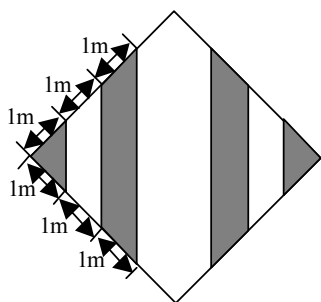
- A) 1 000 B) 999 000 C) 1 000 000 D) 999 000 000 E) 999 000 000 000

3) Com a energia fornecida por um litro de mel, uma abelha consegue voar 7.000 quilômetros. Quantas abelhas conseguiriam voar 1 quilômetro, cada uma, com a energia fornecida por 10 litros de mel?

- A) 7 000 B) 70 000 C) 700 000 D) 7 000 000 E) 70 000 000

4) Um agricultor esperava receber cerca de R\$ 100.000,00 pela venda de sua safra. Entretanto, a falta de chuva provocou uma perda da safra avaliada entre $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{4}$ do total previsto. Qual dos valores a seguir pode representar a perda do agricultor?

- A) R\$ 21.987,53 B) R\$ 34.900,00 C) R\$ 44.999,99 D) R\$ 51.987,53 E) R\$ 60.000,00



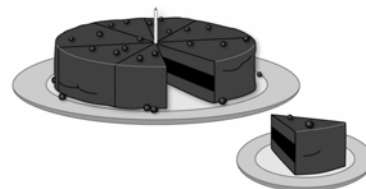
5) Uma placa decorativa consiste num quadrado branco de 4 metros de lado, pintado de forma simétrica com, partes em cinza, conforme desenho ao lado. Qual é a fração da área da placa que foi pintada?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{6}{13}$ E) $\frac{7}{11}$

6) Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de refresco. O refresco é composto de 20% de suco de laranja e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final representa o suco de laranja?

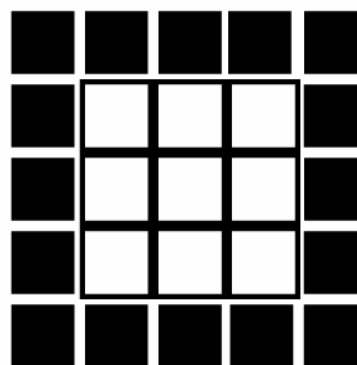
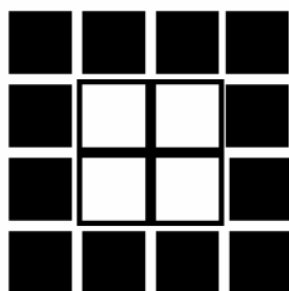
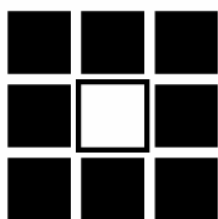
- A) 5% B) 7% C) 8% D) 20% E) 60%

7) Nove amigos compraram 3 bolos, cada um deles cortado em oito fatias. Todos comeram bolo e não sobrou nenhum pedaço. Sabendo que cada um só comeu fatias inteiras do bolo, podemos ter certeza de que:



- A) Alguém comeu quatro fatias.
 B) Um deles comeu somente uma fatia.
 C) Todos comeram duas fatias pelo menos.
 D) Uns comeram duas fatias e os demais comeram três fatias.
 E) Um deles comeu, no mínimo, três fatias.

8) Uma seqüência de mosaicos quadrados é construída com azulejos quadrados pretos e brancos, todos do mesmo tamanho, como se segue: o primeiro é formado por um azulejo branco cercado por azulejos pretos, o segundo de quatro azulejos brancos cercados por azulejos pretos; e assim sucessivamente, como indica a figura. Se numa seqüência de mosaicos formada de acordo com esta regra forem usados 80 azulejos pretos, quantos serão os azulejos brancos utilizados?



- A) 55 B) 65 C) 75 D) 85 E) 100

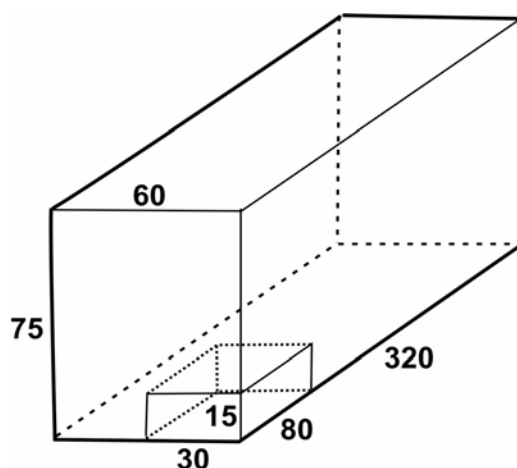
9) No último campeonato de futebol da escola do Marcelo participaram 6 equipes. Cada equipe disputou com cada uma das outras exatamente uma partida. Abaixo, a tabela de classificação do campeonato, onde:

Equipe	V	E	D	GP	GC
A	4	1	0	6	2
B	2	1	2	6	6
C	0	3	2	2	6
D	1	1	y	3	6
E	0	1	4	1	5
F	x	1	0	z	3

- V é o número de vitórias de uma equipe
- E é o número de empates
- D é o número de derrotas
- GP é o número de gols feitos por um time
- GC é o número de gols sofridos

- a) Quantas partidas foram disputadas?
 b) Determine a quantidade de vitórias da equipe F, a quantidade de derrotas da equipe D e a quantidade de gols feitos pela equipe F, representados por x , y e z na tabela.

10) Um bloco retangular de madeira tem 320cm de comprimento, 60cm de largura e 75cm de altura. O bloco é cortado várias vezes, com cortes paralelos às suas faces, de modo a subdividi-lo em blocos também retangulares de 80cm de comprimento por 30cm de largura por 15cm de altura.



- a) Quantas peças foram obtidas?
 b) Um metro cúbico dessa madeira pesa aproximadamente 900 quilogramas. Qual é o peso de cada uma dessas peças?

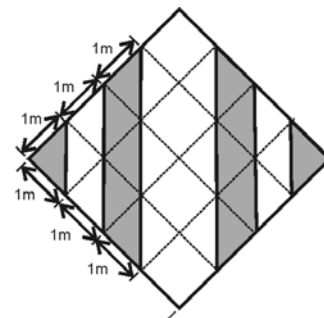
1. **(A)** Como 119268916 é divisível por 13, já que $9174532 \times 13 = 119268916$, podemos concluir que os números divisíveis por 13 são aqueles obtidos somando-se ou subtraindo-se múltiplos de 13 ao número 119268916. Dentre os números apresentados, o número $119268916 - 13 = 119268903$ é o único divisível por 13.

2. **(E)** Arnaldo disse que $1 \text{ bilhão} = 1\,000\,000 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$. O Professor Piraldo corrigiu-o, dizendo que $1 \text{ bilhão} = 1\,000 \times 1\,000\,000 = 1\,000\,000\,000 = 10^9$. A diferença é: $10^{12} - 10^9 = 10^9(10^3 - 1) = 999 \times 10^9 = 999\,000\,000\,000$

3. **(B)** A energia gasta por uma abelha para voar 7.000 quilômetros é a mesma que 7.000 abelhas gastam para voar 1 quilômetro cada. Como o número de litros de mel foi multiplicado por 10, temos energia suficiente para que 10 vezes este número de abelhas voem 1 quilômetro cada, ou seja, 70.000 abelhas. Note que poderíamos ter também 7.000 abelhas voando 10 quilômetros cada, entre outras alternativas.

4. **(A)** Como $\frac{1}{5}$ de 100 000 = $\frac{100\,000}{5} = 20\,000$ e $\frac{1}{4}$ de 100 000 = $\frac{100\,000}{4} = 25\,000$, concluímos que a perda da safra está avaliada entre R\$ 20.000,00 e R\$ 25.000,00. Logo, um possível valor para a perda é R\$ 21.987,53.

5. **(C)** Traçando paralelas aos lados, podemos dividir a placa em quadrados de 1 metro de lado, conforme indicado na figura. Então, a área pintada é igual a 12 metades desses quadrados, ou, equivalentemente, 6 desses quadrados. Como a placa total tem 16 desses quadrados, concluímos que a fração da área pintada em relação à área da placa é $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

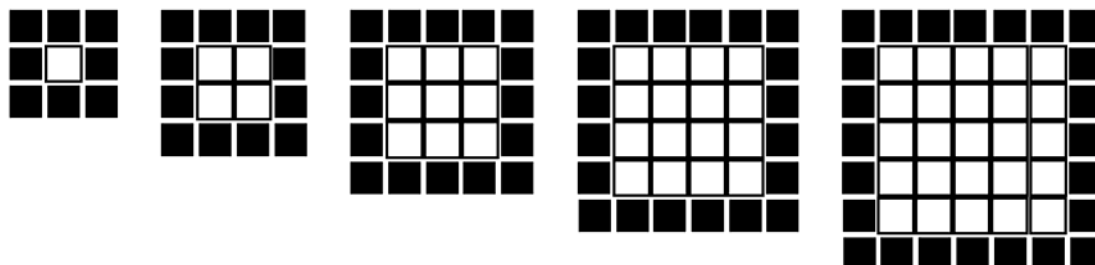


6. **(A)** O refresco é composto de 20% de um litro = 0,2 litros de suco e 80% de um litro = 0,8 litros de água. Logo, a mistura final tem 0,2 litros de suco e $3 + 0,8 = 3,8$ litros de água. A porcentagem de suco em relação ao volume da

$$\text{mistura é então } \frac{\text{volume de suco}}{\text{volume total}} = \frac{0,2}{4} = \frac{2}{40} = 0,05 = 5\%.$$

7. **(E)** Temos um total de $8 \times 3 = 24$ fatias de bolo que foram comidas. Como todos comeram bolo, inicialmente cada um dos 9 amigos comeu uma fatia. Sobraram ainda $24 - 9 = 15$ fatias para serem comidas por 9 pessoas. Nesta situação, obrigatoriamente uma certa pessoa X deve ter comido pelo menos 2 dessas 15 fatias. Caso contrário, isto é, se todas as 9 pessoas tivessem comido menos do que 2 fatias significaria que poderíamos escrever o número 15 como uma soma de 9 parcelas cada uma delas sendo 0 (os que não comeram das 15 fatias) ou 1 (os que comeram 1 fatia das 15), o que claramente não é possível. Como esta pessoa X já havia comido inicialmente 1 fatia, concluímos que ela comeu no mínimo 3 fatias.

8. (A) No primeiro mosaico, temos $3+3+1+1=8$ azulejos pretos; no segundo, temos $4+4+2+2=12$; no terceiro, temos $5+5+3+3=16$; não é difícil perceber (e verificar) que os próximos mosaicos têm 20 e 24 azulejos pretos. Como $8+12+16+20+24=80$, é possível construir exatamente 5 mosaicos. Finalmente, o número total de azulejos brancos nesta seqüência de cinco mosaicos é: $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=1+4+9+16+25=55$.



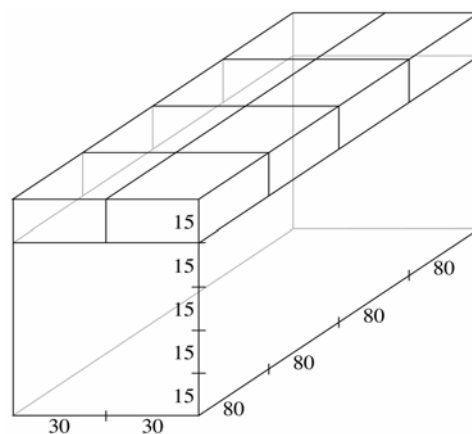
9. a) Podemos contar, por listagem, quantas foram as partidas: $A'B, A'C, A'D, A'E, A'F, B'C, B'D, B'E, A'F, C'D, C'E, C'F, D'E, D'F$ e $E'F$, num total de 15 partidas.

Por outro lado, podemos contar de um modo mais geral, como se segue. Como cada equipe jogou com todas as outras, segue que cada equipe jogou 5 partidas. Parece então que o número total de partidas foi de 5 partidas por equipe \times 6 equipes = 30 partidas. No entanto, nesta contagem cada partida foi contada duas vezes; por exemplo, o jogo entre os times A e B foi contado como $A \times B$ e como $B \times A$. Logo, o número correto de partidas jogadas é $\frac{30}{2} = 15$.

b) Como vimos no item (a), cada time jogou 5 partidas. Desse modo, a soma do número de vitórias, empates e derrotas de um mesmo time deve ser igual a 5; por exemplo, para o time A , observamos na tabela 4 vitórias + 1 empate + 0 derrotas = 5 partidas. Aplicando este raciocínio ao time F , temos $x+1+0=5$, donde $x=4$. Do mesmo modo, para a equipe D temos $1+1+y=5$, donde $y=3$. Notamos agora que em um campeonato de futebol o número de gols feitos é igual ao número de gols sofridos. Logo $\underbrace{6+6+2+3+1+z}_{\text{Gols feitos}} = \underbrace{2+6+6+6+5+3}_{\text{Gols sofridos}}$, donde $18+z=28$, ou seja, $z=10$.

10. a) As dimensões do bloco maior são $320 \times 60 \times 75$ e as dos blocos menores $80 \times 30 \times 15$. Logo, no bloco maior o comprimento foi dividido por $320 \div 80 = 4$, a largura foi dividida $60 \div 30 = 2$ e a altura foi dividida por $75 \div 15 = 5$. Portanto teremos um total de $4 \times 2 \times 5 = 40$ peças distribuídas em cinco camadas de oito peças cada, conforme ilustrado no desenho ao lado.

b) O volume de um bloco retangular é dado por comprimento \times largura \times altura. Logo, o volume de cada um dos blocos menores é $80 \times 30 \times 15 = 36000 \text{ cm}^3$. O enunciado do problema nos dá o peso de um metro cúbico de madeira; para saber o peso de um dos blocos pequenos devemos primeiro saber seu volume em metros cúbicos, ou seja, fazer a conversão de 36000 cm^3 para m^3 . Como $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3 = 0,000001 \text{ m}^3$, para fazer esta conversão basta deslocar a vírgula 6 casas para a esquerda; obtemos então $36000 \text{ cm}^3 = 0,036 \text{ m}^3$. Logo o peso de um bloco pequeno é $0,036 \times 900 = 32,4$ quilogramas.

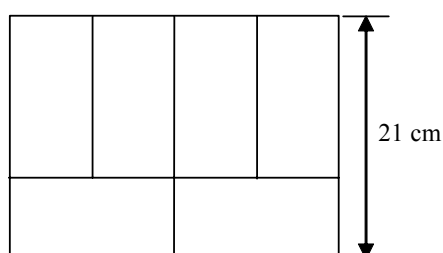


1) Uma turma da escola fez uma eleição para eleger seu representante. Três candidatos concorreram à eleição: João, Rosa e Marcos. João teve $\frac{2}{7}$ dos votos, Rosa teve $\frac{3}{5}$ dos votos. Quem ganhou a eleição?

2) Qual é o valor de $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4$?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 4^2 E) 4^4

3) Com seis retângulos idênticos formamos um retângulo maior com um dos lados medindo 21 cm, como na figura. Qual é a área do retângulo maior?

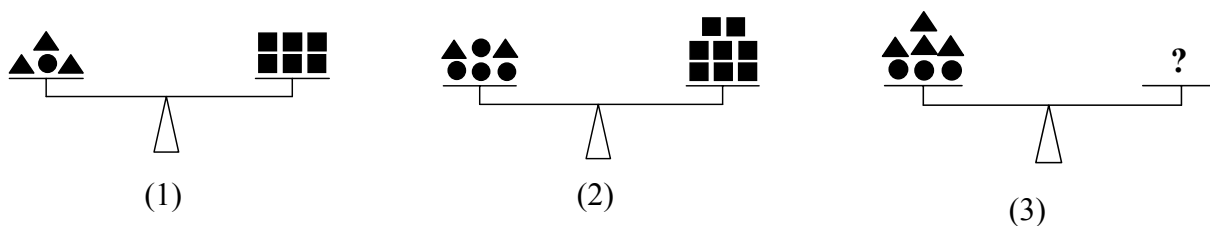


- A) 210cm^2 B) 280cm^2 C) 430cm^2 D) 504cm^2 E) 588cm^2

4) Três anos atrás, a população de Pirajussaraí era igual à população que Tucupira tem hoje. De lá para cá, a população de Pirajussaraí não mudou, mas a população de Tucupira cresceu 50%. Hoje a soma das populações das duas cidades é de 9000 habitantes. Há três anos, qual era a soma destas duas populações?

- A) 3 600 B) 4 500 C) 5 000 D) 7 200 E) 7 500

5) As balanças (1) e (2) da figura abaixo estão em equilíbrio. Sabe-se que todos os triângulos têm o mesmo peso; todos os quadrados também têm o mesmo peso, assim como os círculos. Quantos quadrados devem ser colocados no prato direito da balança (3) para que ela também fique em equilíbrio?



- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

OBMEP

6) Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

7) Uma calculadora possui duas teclas especiais:

- a tecla A que duplica o número que aparece no visor
- a tecla B que acrescenta uma unidade ao número que aparece no visor.

Por exemplo, se o número 45 estiver inicialmente no visor e a tecla B for apertada, o visor mostrará o número 46. Se, em seguida, apertarmos a tecla A, o visor mostrará o número 92. Nesse exemplo, apertamos ao todo 2 vezes as teclas A e B: uma vez a tecla B, e depois uma vez a tecla A, para, a partir de 45, chegarmos ao 92.

Suponha que o número no visor seja 1.

a) Indique uma maneira de obter o número 10 apertando um total de 4 vezes as teclas A e B.

b) Indique uma maneira de obter o número 15 apertando um total de 6 vezes as teclas A e B.

c) Indique uma maneira de obter o número 100 apertando um total de 8 vezes as teclas A e B.

1. João recebeu: $\frac{2}{7}$ do total de votos; Rosa recebeu: $\frac{3}{5}$ do total de votos e Marcos recebeu:

$1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5}\right) = 1 - \frac{31}{35} = \frac{4}{35}$ do total de votos. O vencedor foi aquele que obteve a maior fração dos

votos. Para comparar essas frações igualamos seus denominadores: $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$ e $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$. Daí segue

que $\frac{4}{35} < \frac{2}{7} < \frac{3}{5}$, e portanto, Rosa venceu a eleição.

$$\underbrace{\frac{4}{35}}_{\text{Marcos}} < \underbrace{\frac{2}{7}}_{\text{João}} < \underbrace{\frac{3}{5}}_{\text{Rosa}}$$

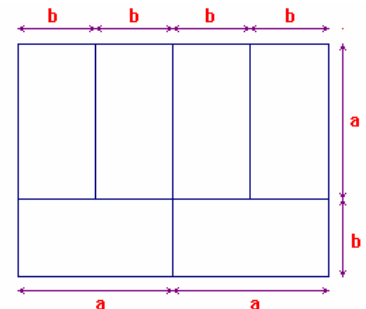
Comentário: É muito interessante notar que a resposta não depende do número de alunos da turma.

2. (A) **Solução 1:** Temos: $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4 \times 2^6 - 4^4 = 4 \times (2^2)^3 - 4^4 = 4 \times 4^3 - 4^4 = 4^4 - 4^4 = 0$

Solução 2: Temos: $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4 \times 2^6 - 4^4 = 4(2^6 - \underbrace{4^3}_{(2^2)^3 = 2^6}) = 4[2^6 - 2^6] = 0$

Solução 3: Temos: $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4 \times 2^6 - 4^4 = 2^2 \times 2^6 - (2^2)^4 = 2^8 - 2^8 = 0$

3. (E) A partir da figura, vemos que o comprimento a dos retângulos menores é o dobro da sua largura b , isto é, $a = 2b$. Temos então $a + b = 2b + b = 3b = 21$, ou seja, $b = 7\text{cm}$ e $a = 14\text{cm}$. Portanto, o comprimento do retângulo maior é $4b = 28$ e sua área é $21 \times 28 = 588\text{cm}^2$.



4. (D) **Solução 1:** Seja p a população de Tucupira há três anos. Como esta população cresceu de 50%, atualmente Tucupira tem $p + 50\%$ de p habitantes, ou seja $p + \frac{50}{100}p = p + 0,5p = 1,5p$ habitantes.

Como a população de Pirajussaraí não cresceu nesses 3 anos e há 3 anos era igual à de Tucupira, podemos concluir que a população atual de Pirajussaraí é p . Hoje, a soma das populações das duas cidades é 9000; logo, $p + 1,5p = 9000$, donde $p = \frac{9000}{2,5} = 3600$. Portanto, a soma das duas populações, há 3 anos, era de $3600 \times 2 = 7200$ habitantes.

Solução 2: De 2003 a 2006 a população de Tucupira cresceu 50%, logo em 2006 esta população corresponde a 150% da população em 2003. Já a população de Pirajussaraí não cresceu nesses 3 anos e em 2003 era igual à de Tucupira. Temos então:

$$\underbrace{\text{População de Tucupira em 2006}}_{\text{corresponde a 150\% da população de Tucupira em 2003}} + \underbrace{\text{População de Pirajussaraí em 2006}}_{\text{corresponde a 100\% da população de Tucupira em 2003}} = 9000$$

Logo, podemos concluir que em 2006 a soma das populações das duas cidades corresponde a 250 % da população de Tucupira em 2003, como essa soma é 9000 temos:

$$250\% \text{ da população de Tucupira em } 2003 \longrightarrow 9000$$

$$50\% \text{ da população de Tucupira em } 2003 \longrightarrow 9000 \div 5 = 1800$$

$$100\% \text{ da população de Tucupira em } 2003 \longrightarrow 1800 \times 2 = 3600$$

Portanto, a soma das duas populações há 3 anos era de $3600 \times 2 = 7200$ habitantes.

5. (D) Na primeira balança temos $3\blacktriangle + 1\bullet = 6\blacksquare$; na segunda temos $2\blacktriangle + 4\bullet = 8\blacksquare$, o que é equivalente a $1\blacktriangle + 2\bullet = 4\blacksquare$. Logo $(3\blacktriangle + 1\bullet) + (1\blacktriangle + 2\bullet) = 6\blacksquare + 4\blacksquare$, ou seja, $4\blacktriangle + 3\bullet = 10\blacksquare$. Logo será necessário colocar 10 quadrados no prato direito da balança (3) para que ela fique em equilíbrio.

6. (C) Um ano normal tem 365 dias e o ano bissexto 366. Da divisão de 365 por 7, obtemos $365 = 52 \times 7 + 1$ e da divisão de 366 por 7 obtemos $366 = 52 \times 7 + 2$. Logo:

$$\begin{aligned} \text{ano normal} &= 52 \text{ semanas} + 1 \text{ dia} \\ \text{ano bissexto} &= 52 \text{ semanas} + 2 \text{ dias} \end{aligned}$$

Portanto, um ano normal ou bissexto tem no mínimo 52 domingos e no máximo 53 domingos (1 domingo para cada uma das 52 semanas e talvez outro domingo para os 1 ou 2 dias que completam o ano).

Cada um dos doze meses do ano tem no mínimo 4 domingos. Logo, cada ano tem no mínimo $12 \times 4 = 48$ domingos.

- (i) Num ano de 52 domingos, como cada mês tem no mínimo 4 domingos, sobram ainda $52 - 48 = 4$ domingos. Cada um desses ficará num mês diferente, porque nenhum mês tem 6 domingos. Temos então 4 meses com 5 domingos.
- (ii) Analogamente, num ano com 53 domingos restaram 5 domingos, que ficarão um em cada mês diferente. Portanto teremos 5 meses com 5 domingos

7. Com o número 1 no visor devemos aplicar sucessivamente as operações das teclas A e B para obter o número desejado.

$$(a) \begin{array}{cccc} A & A & B & A \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{cccc} B & A & B & A \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{cccccc} A & B & A & B & A & B \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{cccccc} B & B & A & B & A & B \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 14 \rightarrow 15 \end{array}$$

$$(c) \begin{array}{ccccccccc} A & B & A & A & A & B & A & A \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 24 \rightarrow 25 \rightarrow 50 \rightarrow 100 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{cccccccc} B & B & A & A & A & B & A & A \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 12 \rightarrow 24 \rightarrow 25 \rightarrow 50 \rightarrow 100 \end{array}$$

1) A metade do número $2^{12} + 3 \times 2^{10}$ é:

- A) $2^6 + 3 \times 2^5$ B) $2^6 + 3 \times 2^{10}$ C) $2^{11} + 3 \times 2^5$ D) $2^{11} \times 7$ E) $2^9 \times 7$

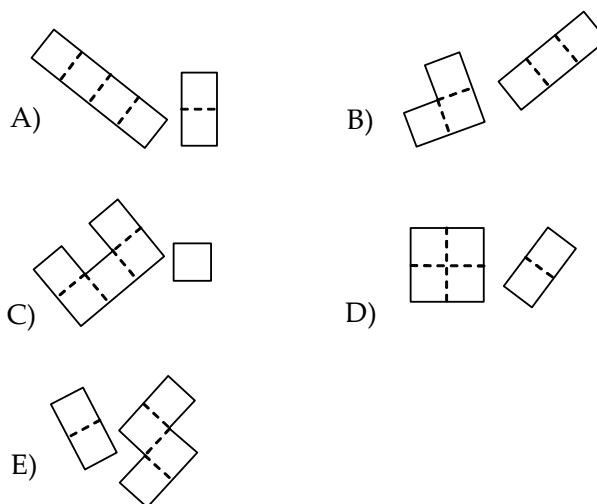
2) Neste momento são 6 horas e 27 minutos da tarde. Qual era o horário 2880717 minutos mais cedo?

- A) 6h e 22min B) 6h e 24min C) 6h e 27min D) 6h e 30min E) 6h e 32min

3) Os alunos de uma escola participaram de uma excursão, para a qual dois ônibus foram contratados. Quando os ônibus chegaram, 57 alunos entraram no primeiro ônibus e apenas 31, no segundo. Quantos alunos devem passar do primeiro para o segundo ônibus para que a mesma quantidade de alunos seja transportada nos dois ônibus?

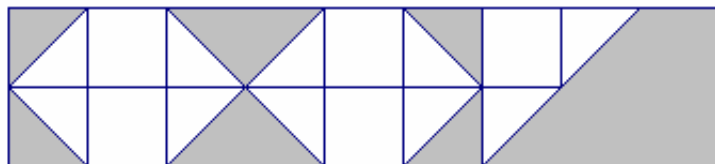
- A) 8 B) 13 C) 16 D) 26 E) 31

4) Em qual das alternativas abaixo aparecem dois pedaços de papelão com os quais pode-se construir um cubo, dobrando pelas linhas tracejadas e colando pelas linhas contínuas?



5) O algarismo das unidades do número $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 97 \times 99$ é:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9



6) A figura mostra um retângulo formado por 18 quadrados iguais com algumas partes sombreadas. Qual fração da área do retângulo é sombreada?

A) $\frac{7}{18}$

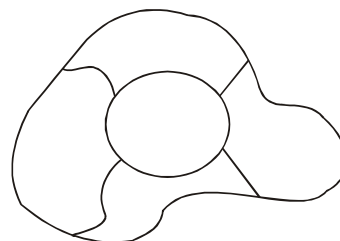
B) $\frac{4}{9}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{5}{9}$

E) $\frac{1}{2}$

7) O desenho ao lado mostra o mapa de um país (imaginário) constituído por cinco estados. Deseja-se colorir esse mapa com as cores verde, azul e amarela, de modo que dois estados vizinhos não possuam a mesma cor. De quantas maneiras diferentes o mapa pode ser pintado?



A) 12

B) 6

C) 10

D) 24

E) 120

8) As nove casas de um tabuleiro 3×3 devem ser pintadas de forma que em cada coluna, cada linha e cada uma das duas diagonais não hajam duas casas de mesma cor. Qual é o menor número de cores necessárias para isso?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

9) Considere um número escrito na forma X,Y , onde X e Y são algarismos diferentes de 0. Determine esse número sabendo que ele é igual a $\frac{3}{10}(X+Y)$.

10) Em um mesmo lado de uma rua serão construídas 6 casas vizinhas. As casas podem ser de tijolo ou de madeira, mas como medida de segurança contra incêndio, duas casas de madeira não podem ser vizinhas. De quantas maneiras se pode planejar a construção dessas casas?

1. (E) Antes de dividir a expressão por 2, colocamos 2^{10} em evidência:

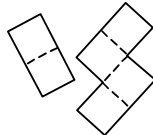
$$2^{12} + 3 \times 2^{10} = 2^{10}(2^2 + 3 \times 1) = 2^{10} \times 7. \text{ Logo: } \frac{2^{12} + 3 \times 2^{10}}{2} = \frac{2^{10} \times 7}{2} = 2^9 \times 7.$$

2. (D) Dividindo 2880717 por 60, obtemos $2880717 = 48011 \times 60 + 57$. Isso significa que $2880717 \text{ min} = 48011 \text{ h} + 57 \text{ min}$. Dividindo 48011 por 24, obtemos $48011 = 2000 \times 24 + 11$. Podemos então escrever:

$$2880717 \text{ min} = \underbrace{48000 \text{ h}}_{2000 \text{ dias}} + 11 \text{ h} + 57 \text{ min}$$

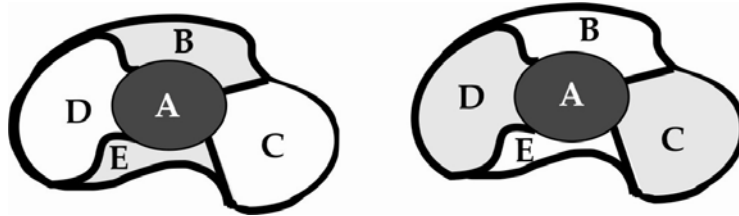
Os 2000 dias não interferem no horário que estamos procurando. Como 6 horas e 27 minutos da tarde são exatamente 18 horas e 27 minutos, a resposta é $18 \text{ h } 27 \text{ min} - 11 \text{ h } 57 \text{ min} = 17 \text{ h } 87 \text{ min} - 11 \text{ h } 57 \text{ min} = 6 \text{ h } 30 \text{ min}$.

3. (B) O número total de alunos nos dois ônibus é $57 + 31 = 88$ e $\frac{88}{2} = 44$. Para que cada ônibus tenha o mesmo número de alunos, devem então passar $57 - 44 = 13$ alunos do primeiro para o segundo ônibus.
4. (E) Com as peças abaixo.



5. (C) O último algarismo de um múltiplo de 5 é 0 ou 5; os que terminam em 0 são pares e os que terminam em 5 são ímpares. Como $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 97 \times 99$ é múltiplo de 5, sendo um produto de números ímpares, também é ímpar; segue que o seu algarismo das unidades é 5.
6. (B) A parte sombreada consiste de 10 metades de quadrados mais 3 quadrados inteiros, o que equivale a $\frac{10}{2} + 3 = 5 + 3 = 8$ quadrados inteiros. Logo, a fração que representa a parte sombreada é $\frac{\text{área sombreada}}{\text{área total}} = \frac{\text{área de 8 quadrados}}{\text{área de 18 quadrados}} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$

7. **(B)** O estado A pode ser pintado de 3 formas: verde, azul ou amarelo. Para qualquer estado vizinho, por exemplo, o estado B, temos duas possibilidades e os demais estados têm suas cores determinadas (1 possibilidade). Logo, podemos colorir o mapa de $3 \times 2 = 6$ formas. Abaixo ilustramos duas destas maneiras de pintar o mapa; em ambas o estado A tem a mesma cor.



8. **(C)** Para satisfazer as condições do problema, as cinco casas marcadas com * devem ter cores diferentes.

*		*
	*	
*		*

Por isso, precisaremos, no mínimo, de 5 cores distintas. Chamemos de 1, 2, 3, 4 e 5 as cinco cores distintas que usaremos para colorir essas 5 casas, e vamos determinar como podemos escolher as cores para as 4 casas restantes para satisfazer as condições pedidas.

1		4
	3	
2		5

→

1	2	4
4	3	1
2	4	5

Logo, podemos colorir as 4 casas restantes sem utilizar mais cores. Assim, bastam 5 cores. Outros exemplos de colorações são:

2		3
	1	
5		4

2	4	3
4	1	2
5	2	4

1		2
	4	
3		5

→

1	3	2
2	4	1
3	2	5

1		5
	2	
4		3

→

1	3	5
3	2	4
4	1	2

9. Temos $x, y = x + \frac{y}{10} = \frac{10x+y}{10}$, o enunciado nos diz que $\frac{10x+y}{10} = \frac{3}{10}(x+y)$. Logo $10x+y = 3x+3y$, ou seja, $7x = 2y$. Concluimos que $2y$ é múltiplo de 7, e como y é um número inteiro entre 1 e 9, só temos a possibilidade $y=7$, donde $x=2$. Assim, o número é 2,7.

10. Como as casas são vizinhas, podemos pensar nelas como uma fila de casas com 6 posições. Vamos dividir a contagem em casos, de acordo com o número de casas de madeira que podem ser construídas.

- a) Nenhuma casa de madeira: aqui há apenas uma maneira de construir as casas, ou seja, todas de tijolo.
- b) Uma casa de madeira: aqui temos 6 maneiras de construir as casas, pois a casa de madeira pode ser qualquer uma delas, sendo as outras de tijolo.
- c) Duas casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as seguintes posições: 1ª e 3ª, 1ª e 4ª, 1ª e 5ª, 1ª e 6ª, 2ª e 4ª, 2ª e 5ª, 2ª e 6ª, 3ª e 5ª, 3ª e 6ª ou 4ª e 6ª. Temos aqui 10 maneiras.
- d) 3 casas de madeira: as casas de madeira podem ocupar as seguintes posições: 1ª, 3ª e 5ª; 1ª, 3ª e 6ª; 1ª, 4ª e 6ª; 2ª, 4ª e 6ª. Temos aqui 4 maneiras nototal.
- e) 4 ou mais casas de madeira: impossível, pois é fácil ver neste caso que sempre teremos duas casas de madeira juntas.

Dessa forma, há $1 + 6 + 10 + 4 = 21$ maneiras de se planejar a construção.