

1) Qual é o maior dos números?

- (A) $2 \times 0 \times 2006$ (B) $2 \times 0 + 6$ (C) $2 + 0 \times 2006$ (D) $2 \times (0 + 6)$ (E) $2006 \times 0 + 0 \times 6$

2) O símbolo \odot representa uma operação especial com números. Veja alguns exemplos $2 \odot 4 = 10$, $3 \odot 8 = 27$, $4 \odot 27 = 112$, $5 \odot 1 = 10$. Quanto vale $4 \odot (8 \odot 7)$?

- (A) 19 (B) 39 (C) 120 (D) 240 (E) 260

3) Se dois lados de um triângulo medem 5 cm e 7 cm , então o terceiro lado não pode medir:

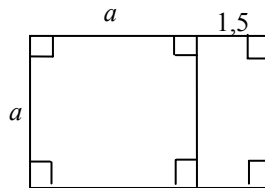
- (A) 11 cm (B) 10 cm (C) 6 cm (D) 3 cm (E) 1 cm

4) Se $\frac{*}{24} - \frac{3}{8} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$, então $*$ é igual a:

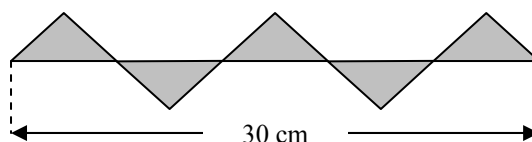
- (A) 20 (B) 21 (C) 23 (D) 25 (E) 29

5) O que representam as expressões (a), (b) e (c) na figura ao lado?

- (a) $a^2 + 1,5a$
(b) $4a + 3$
(c) $a(1,5 + a)$



6) A figura é composta de triângulos retângulos isósceles todos iguais. Qual é a área em cm^2 da parte sombreada?



- (A) 20 (B) 25 (C) 35 (D) 45 (E) 50

1. (D) Lembre que se num produto um dos fatores é zero, então o produto também é zero. Temos: $2 \times 0 \times 2006 = 0$; $2 \times 0 + 6 = 0 + 6 = 6$; $2 + 0 \times 2006 = 2 + 0 = 2$; $2 \times (0 + 6) = 2 \times 6 = 12$ e $2006 \times 0 + 0 \times 6 = 0 + 0 = 0$. Logo, o maior é $2 \times (0 + 6)$.

2. (E) Temos que descobrir qual é a regra dessa operação. Note que $2 \odot 4 = 10 = 2 \times 4 + 2$, $3 \odot 8 = 27 = 3 \times 8 + 3$, $4 \odot 27 = 112 = 4 \times 27 + 4$, $5 \odot 1 = 10 = 5 \times 1 + 5$. Podemos concluir que a regra que define a operação \odot é $a \odot b = a \times b + a$. Assim, temos: $4 \odot (8 \odot 7) = 4 \odot (8 \times 7 + 8) = 4 \odot 64 = 4 \times 64 + 4 = 260$.

3. (E) Lembre que num triângulo a soma de dois lados quaisquer tem que ser maior que o terceiro lado. Como $1 + 5$ **não é maior** do que 7 , o terceiro lado não pode ser 1 .

$$4. (E) \frac{*}{24} - \frac{3}{8} - \frac{2}{3} = \frac{*}{24} - \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{3}\right) = \frac{*}{24} - \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{3}\right) = \frac{*}{24} - \frac{25}{24} = \frac{* - 25}{24}.$$

Logo,

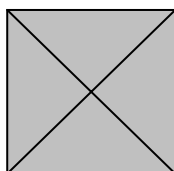
$$\frac{* - 25}{24} = \frac{1}{6} = \frac{4}{24}, \text{ donde } * - 25 = 4 \Rightarrow * = 29.$$

5. Note que a figura é um retângulo formado por quadrado de lado a e um retângulo de lados $1,5$ e a .

(a) $a^2 =$ área do quadrado e $1,5a =$ área do retângulo. Logo $a^2 + 1,5a$ representa a somas dessas duas áreas, e portanto a área total da figura.

(b) $4a + 3 = 3a + 1,5 + a + 1,5$ é o perímetro da figura.

(c) A figura é um retângulo de largura a e comprimento $a + 1,5$, logo $a(1,5 + a)$ é a área total da figura.

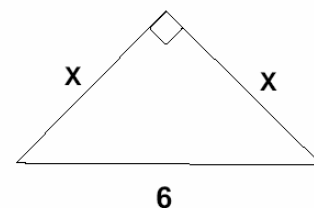


6 cm

6. (D) **Solução 1:** O comprimento da hipotenusa de cada um dos 5 triângulos é $30 \div 5 = 6 \text{ cm}$. O quadrado formado por 4 desses triângulos tem lado igual a 6 cm , logo sua área é 36 cm^2 . Logo, cada um dos triângulos tem $36:4 = 9 \text{ cm}^2$ de área. Portanto, a área da parte sombreada é $9 \times 5 = 45 \text{ cm}^2$

Solução 2: Pelo Teorema de Pitágoras, temos $36 = 2x^2 \rightarrow x^2 = 18$. A

área da parte sombreada é $5 \times \frac{x^2}{2} = 5 \times \frac{18}{2} = 45 \text{ cm}^2$.



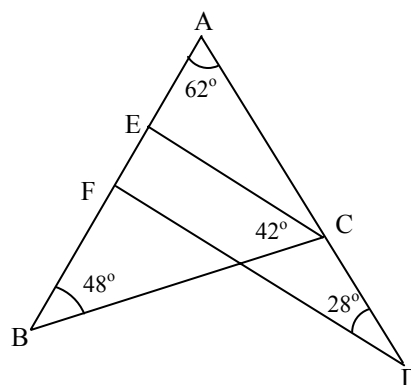
1) Se eu der duas barras de chocolate para Tião, ele me empresta sua bicicleta por 3 horas. Se eu lhe der 12 bombons, ele me empresta a bicicleta por 2 horas. Amanhã, eu lhe darei uma barra de chocolate e 3 bombons. Por quantas horas ele me emprestará a bicicleta?

- (A) $1/2$ (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

2) $2 - 2 \{ 2 - 2 [2 - 2(4 - 2)] \}$ é igual a:

- (A) 0 (B) 2 (C) -2 (D) 4 (E) -10

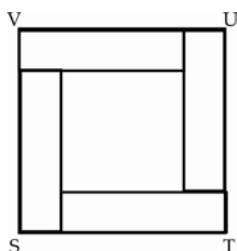
3) Na figura, as retas FD e EC são paralelas?



4) Se $x > 5$, então qual dos números abaixo é o menor?

- (A) $5/x$ (B) $5/(x+1)$ (C) $5/(x-1)$ (D) $x/5$ (E) $(x+1)/5$

5) O quadrado $STUV$ é formado de um quadrado limitado por 4 retângulos iguais. O perímetro de cada retângulo é 40 cm . Qual é a área, em cm^2 , do quadrado $STUV$?



- (A) 400
(B) 200
(C) 160
(D) 100
(E) 80

6) a) Calcule as diferenças: $1 - \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$

b) Deduza de (a) o valor da soma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

c) Calcule a soma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{999000}$

1. (C)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ barras} \xrightarrow{\text{corresponde}} 3 \text{ horas} \\ 12 \text{ bombons} \xrightarrow{\text{corresponde}} 2 \text{ horas} \end{array} \right. \quad \text{logo} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ barra} \xrightarrow{\text{corresponde}} 1,5 \text{ horas} \\ 3 \text{ bombons} \xrightarrow{\text{corresponde}} 0,5 \text{ horas} \end{array} \right.$$

Logo, Tião me emprestará a bicicleta por $1,5 + 0,5 = 2$ horas

2. (E) As ordens de prioridade para resolver uma expressão são:

$\underbrace{\text{parênteses}}_{1^\circ} \rightarrow \underbrace{\text{colchete}}_{2^\circ} \rightarrow \underbrace{\text{chaves}}_{3^\circ}$ e $\underbrace{\text{multiplicações e divisões}}_{1^\circ} \rightarrow \underbrace{\text{somas e subtrações}}_{2^\circ}$

$$2 - 2 \left\{ 2 - 2 \left[2 - 2 \left(\frac{4 - 2}{2} \right) \right] \right\} = 2 - 2 \left\{ 2 - 2 \left[2 - \frac{2 \times 2}{4} \right] \right\} = 2 - 2 \left\{ 2 - 2 \left[\frac{2 - 4}{-2} \right] \right\} =$$

Temos:

$$= 2 - 2 \left\{ 2 - \frac{2 \times (-2)}{-4} \right\} = 2 - 2 \{ 2 - (-4) \} = 2 - 2 \left\{ \frac{2 + 4}{6} \right\} = 2 - \frac{2 \times 6}{12} = 2 - 12 = -10$$

3. No triângulo BCE , temos $\widehat{BEC} = 180^\circ - (42^\circ + 48^\circ) = 90^\circ$. No triângulo AFD , temos: $\widehat{AFD} = 180^\circ - (28^\circ + 62^\circ) = 90^\circ$. Logo, as retas FD e EC são perpendiculares a AB , portanto, são paralelas.

4. (B) **Solução 1:** Como a questão tem uma única resposta, ela é válida para qualquer valor de x . Podemos então escolher um valor para x , por exemplo $x=10$.

Temos: $\frac{5}{x} = \frac{5}{10}$, $\frac{5}{x+1} = \frac{5}{11}$, $\frac{5}{x-1} = \frac{5}{9}$, $\frac{x}{5} = \frac{10}{5}$, $\frac{x+1}{5} = \frac{11}{5}$. Vemos que $x/5$ e $(x+1)/5$

são maiores que 1, logo estão excluídos porque as outras três opções são menores que 1. Como $5/10$, $5/11$ e $5/9$ têm o mesmo numerador, o menor é o que tiver maior denominador, que é $5/11$,

ou seja, $\frac{5}{x+1}$.

Solução 2: Se $x > 5$, então $\frac{5}{x}$, $\frac{5}{x+1}$ e $\frac{5}{x-1}$ são menores do 1 e $\frac{x}{5}$ e $\frac{x+1}{5}$ são maiores do que 1. Logo, as

opções D e E estão excluídas. Como $\frac{5}{x}$, $\frac{5}{x+1}$ e $\frac{5}{x-1}$, têm o mesmo numerador, o menor é o que tem maior

denominador, que é $\frac{5}{x+1}$.

5. (A) Denotemos por C e L , o comprimento e a largura respectivamente de cada um dos quatro retângulos. O perímetro de cada retângulo é $2(C+L)$. Então, $2 \times (C+L) = 40 \Rightarrow C+L = 20$.

Observe na figura que o lado do quadrado $STUV$ é $C+L$, e portanto sua área é $A = (C+L)^2 = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$.

6. Solução:

$$a) 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} ; \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} ; \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} ; \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20} ; \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

c) Note que os denominadores são produtos de números consecutivos, iniciando no 1:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = 1 - \frac{1}{6}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $1 \times 2 \quad 2 \times 3 \quad 3 \times 4 \quad 4 \times 5 \quad 5 \times 6$

Mas, geralmente, usando a decomposição de cada parcela como no item (a) podemos provar que:

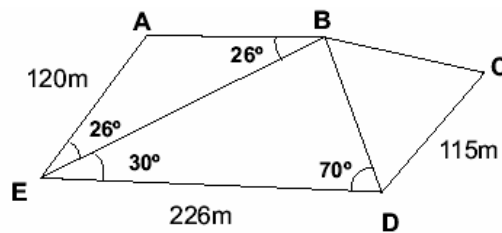
$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

Logo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{999000} = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000} = 0,999$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $1 \times 2 \quad 2 \times 3 \quad 3 \times 4 \quad 4 \times 5 \quad 5 \times 6 \quad 6 \times 7 \quad 999 \times 1000$

1) Calcule os ângulos que não estão indicados e o perímetro da figura sabendo que $BD=BC$ e $\widehat{DBC}=\widehat{BCD}$.



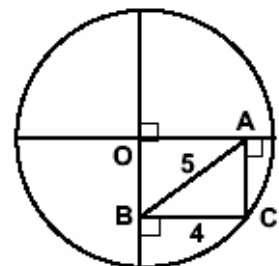
2) Quais os valores de x que satisfazem $\frac{1}{x-2} < 4$?

- (A) $x < \frac{9}{4}$ (B) $x > 2$ (C) $2 < x < \frac{9}{4}$ (D) $x < -2$ (E) $x < 2$ ou $x > \frac{9}{4}$

3) Quantas soluções inteiras e positivas satisfazem a dupla inequação $2000 < \sqrt{n(n+1)} < 2005$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4) Na figura, O é o centro do círculo e $AB = 5\text{ cm}$. Qual é o diâmetro desse círculo?

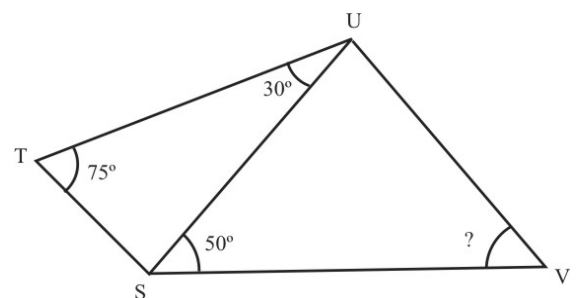


5) Se a, b e c são números naturais tais que $3a = 4b = 7c$, então o menor valor de $a + b + c$ é:

- (A) 84 (B) 36 (C) 61 (D) 56 (E) 42

6) Na figura temos $TU=SV$. Quanto vale o ângulo \widehat{SVU} ?

- (A) 30° (B) 50° (C) 55°
(D) 65° (E) 70°

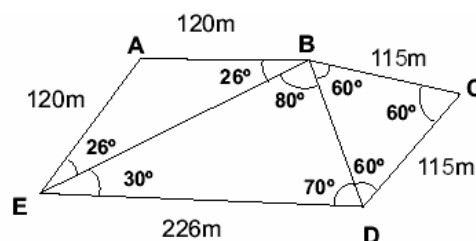


OBMEP

7) *O café, o bolo e o gato* – Dez minutos antes de colocar o bolo no forno, eu coloquei meu gato do lado de fora da casa. O bolo deve cozinhar por 35 minutos, então eu coloquei o despertador para tocar 35 minutos, após colocar o bolo no forno. Imediatamente fiz um café para mim, o que me tomou 6 minutos. Três minutos antes de acabar de beber o café o gato entrou em casa. Isso foi 5 minutos antes do despertador tocar. O telefone tocou no meio do tempo entre eu acabar de fazer o café e o gato entrar em casa. Falei ao telefone por 5 minutos e desliguei. Eram 3h59min da tarde.

- (a) A que horas coloquei o gato fora de casa?
- (b) Quantos minutos depois de colocar o gato fora de casa, o despertador tocou?
- (c) Quanto tempo o gato estava fora de casa até o momento em que o telefone tocou?

1. O triângulo ABE é isósceles porque tem dois ângulos iguais. Logo os lados AE e AB são iguais, portanto $AB=120m$. O triângulo BCD também é isósceles porque tem dois lados iguais, $BC=BD$, logo $\widehat{BDC}=\widehat{BCD}$. Como, $\widehat{DBC}=\widehat{BCD}$ então os três ângulos do triângulo BCD são iguais, logo cada um vale $180^\circ \div 3 = 60^\circ$. Assim, ele é equilátero e temos $BD=BC=CD=115m$.



Assim, o perímetro da figura é: $120 \times 2 + 115 \times 2 + 226 = 696m$.

$$2. \text{ (E) } \frac{1}{x-2} < 4 \Rightarrow \frac{1}{x-2} - 4 < 0 \Rightarrow \frac{1-4(x-2)}{x-2} = \frac{9-4x}{x-2} < 0$$

1º caso: $9-4x > 0$ e $x-2 < 0$:

$$9-4x > 0 \Rightarrow x < \frac{9}{4} \quad \text{e} \quad x-2 < 0 \Rightarrow x < 2.$$

Como $2 < \frac{9}{4}$ a solução são todos os números x menores que 2, isto é $x < 2$.

2º caso: $9-4x < 0$ e $x-2 > 0$:

$$9-4x < 0 \Rightarrow x > \frac{9}{4} \quad \text{e} \quad x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

Como $2 < \frac{9}{4}$ a solução são todos os números x maiores que $9/4$, isto é $x > \frac{9}{4}$.

Logo, a solução da inequação é $x < 2$ ou $x > \frac{9}{4}$.

3. (E) Como os números que aparecem são todos positivos, podemos elevá-los ao quadrado mantendo os sinais, isto é: $2000^2 < n(n+1) < 2005^2$. Observe que n e $n+1$ são inteiros consecutivos. Logo, temos as seguintes opções:

$$2000^2 < 2000 \times 2001 < 2005^2$$

$$2000^2 < 2001 \times 2002 < 2005^2$$

$$2000^2 < 2002 \times 2003 < 2005^2$$

$$2000^2 < 2003 \times 2004 < 2005^2$$

$$2000^2 < 2004 \times 2005 < 2005^2$$

Logo, temos 5 possibilidades para n : 2000, 2001, 2002, 2003 e 2004.

4. Observe que OC é um raio do círculo. Temos que $OC=AB=5\text{cm}$ por serem as diagonais do retângulo OABC. Logo, o diâmetro é 10 cm .

5. (C) Como a, b e c são números naturais, segue que $3a$ é múltiplo de 3, $4b$ múltiplo de 4 e $7c$ múltiplo de 7. Como 3, 4 e 7 são primos entre si (só possuem 1 como divisor comum), o menor múltiplo comum de 3, 4 e 7 é $3 \times 4 \times 7 = 84$. Portanto:

$$3a = 84 \Rightarrow a = 28 \quad ; \quad 4b = 84 \Rightarrow b = 21 \quad ; \quad 7c = 84 \Rightarrow c = 12 . \text{ Logo, o menor valor para } a + b + c \text{ é } 28 + 21 + 12 = 61$$

6. (D) Lembre que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Do triângulo STU temos que $\widehat{TSU} = 180^\circ - (75^\circ + 30^\circ) = 75^\circ$. Logo, esse triângulo é isósceles (por ter dois ângulos iguais) e portanto $TU=SU$. Como $TU=SV$, segue que $SU=SV$. Portanto, o triângulo SUV também é isósceles, e portanto $\widehat{SVU} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$.

7. Vamos listar os eventos ocorridos e contar o tempo gasto em cada um. A primeira atividade foi colocar o gato fora da casa, logo nossa lista começa com essa atividade e o tempo é contado a partir dela.

Atividade	Tempo depois que o gato foi posto fora de casa
Gato fora de casa	0 minutos
Bolo no forno	10 minutos
Fazer o café	$10+6=16$ minutos
Despertador toca	$35+10=45$ minutos
Gato entra em casa	$45-5=40$ minutos
Acabar de tomar o café	$40+3=43$ minutos
Telefone toca	$16+(40-16):2=28$ minutos
Desligar o telefone	$28+5=33$ minutos

Podemos agora dar as respostas.

- (a) Às 3:59 horas desliguei o telefone, o que ocorreu 33 minutos depois de colocar o gato fora de casa. Logo a resposta é $3:59-0:33=3:26$.
- (b) O despertador toca 45 minutos após colocar o gato fora de casa.
- (c) 28 minutos

Podemos saber exatamente a hora de cada atividade; veja na tabela a seguir.

Atividade	Tempo depois que o gato foi posto fora de casa	Hora atual
Gato fora de casa	0 minutos	$3:59-0:33=3:26$
Bolo no forno	10 minutos	$3:26+0:10=3:36$
Fazer o café	$10+6=16$ minutos	$3:26+0:16=3:42$
Despertador toca	$35+10=45$ minutos	$3:26+0:45=4:11$
Gato entra em casa	$45-5=40$ minutos	$3:26+0:40=4:06$
Acabar de tomar o café	$40+3=43$ minutos	$3:26+0:43=4:09$
Telefone toca	$16+(40-16):2=28$ minutos	$3:26+0:28=3:54$
Desligar o telefone	$28+5=33$ minutos	3:59

1) Se m é um número natural tal que $3^m = 81$, então m^3 é igual a:

- (A) 36 (B) 40 (C) 64 (D) 99 (E) 100

2. Quais figuras estão corretas?

FIGURA I

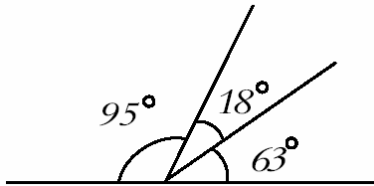


FIGURA II

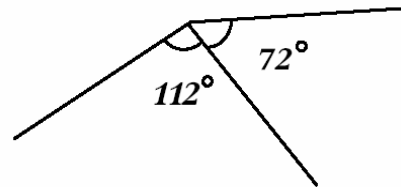
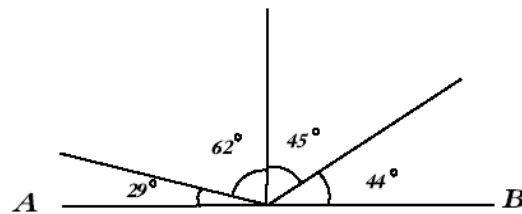


FIGURA III

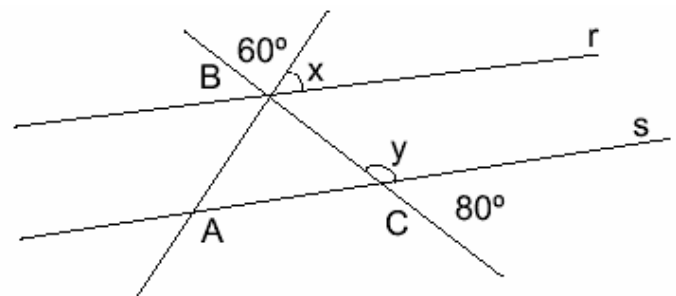


3) *Sinal de um produto e sinal de um quociente:* a, b, c e d são quatro números não nulos tais que os quocientes $\frac{a}{5}$, $\frac{-b}{7a}$, $\frac{11}{abc}$, $\frac{-18}{abcd}$ são positivos. Determine os sinais de a, b, c e d .

4) Quais dos números abaixo são negativos?

$10 - 3\sqrt{11}$; $3\sqrt{11} - 10$; $18 - 5\sqrt{13}$; $51 - 10\sqrt{26}$; $10\sqrt{26} - 51$.

5) As retas r e s são paralelas, encontre x e y :



Dia	Temperatura máxima em °C	Temperatura mínima em °C
2ª-feira	7	-12
3ª-feira	0	-11
4ª-feira	-2	-15
5ª-feira	9	-8
6ª-feira	13	-7

6) A tabela mostra as temperaturas máximas e mínimas durante 5 dias seguidos em certa cidade. Em qual dia ocorreu o maior variação de temperatura?

1. (C) Temos $3^m = 81 = 3^4$; donde $m = 4$. Logo, $m^3 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

2. Na figura I, temos $63^\circ + 18^\circ + 95^\circ = 176^\circ$ que é menor do que 180° ; logo a figura está errada.

Na figura II, temos $112^\circ + 72^\circ = 184^\circ$ que é maior do que 180° ; logo a figura está errada.

Na figura III, temos $44^\circ + 45^\circ + 62^\circ + 29^\circ = 180^\circ$, e a figura está correta.

3. Solução.

$$\begin{array}{l} \frac{a}{5} > 0 \Rightarrow a > 0 \\ \downarrow \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Temos } a > 0 \Rightarrow 7a > 0, \text{ logo: } \frac{-b}{7a} > 0 \Rightarrow -b > 0 \Rightarrow b < 0 \\ \downarrow \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{11}{abc} > 0 \Rightarrow abc > 0. \text{ Como } a > 0 \text{ e } b < 0 \text{ segue que } c < 0 \text{ (} \begin{array}{l} a \quad b \quad c > 0 \\ + \quad - \quad - \end{array} \text{)} \\ \downarrow \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{-18}{abcd} > 0 \Rightarrow abcd < 0, \text{ como } abc > 0 \text{ segue que } d < 0. \\ \downarrow \\ - \end{array}$$

4. Como $100 > 99$ então $\sqrt[10]{100} > \sqrt[3\sqrt{11}]{99}$. Logo, $10 - 3\sqrt{11} > 0$ e $3\sqrt{11} - 10 < 0$. Analogamente:

$$2601 > 2600 \Rightarrow \sqrt[51]{2601} > \sqrt[10\sqrt{26}]{2600}.$$

Assim, $51 - 10\sqrt{26} > 0$ e $10\sqrt{26} - 51 < 0$.

Finalmente, $324 < 325 \Rightarrow \sqrt[18]{324} < \sqrt[5\sqrt{13}]{325} \Rightarrow 18 - 5\sqrt{13} < 0$. Os números negativos são $3\sqrt{11} - 10$,

$$10\sqrt{26} - 51 \text{ e } 18 - 5\sqrt{13}.$$

5. Temos $80^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 100^\circ$. Como as retas r e s são paralelas, segue que, $60^\circ + x + 80^\circ = 180^\circ$, donde $x = 40^\circ$.

Dia	Temperatura máxima em °C	Temperatura mínima em °C	Variação
2ª-feira	7	-12	$7 - (-12) = 7 + 12 = 19$
3ª-feira	0	-11	$0 - (-11) = 0 + 11 = 11$
4ª-feira	-2	-15	$-2 - (-15) = -2 + 15 = 13$
5ª-feira	9	-8	$9 - (-8) = 9 + 8 = 17$
6ª-feira	13	-7	$13 - (-7) = 13 + 7 = 20$

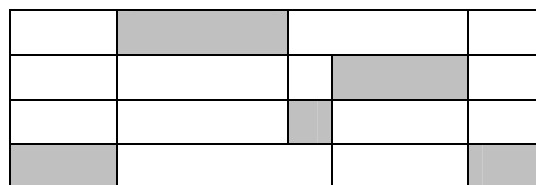
6. A variação de temperatura é a diferença entre a máxima e a mínima. Temos:

Logo, a maior variação ocorreu na 6ª feira.

1) O número que fica entre $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ é

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{4}{7}$ (E) $\frac{1}{4}$

2) A figura mostra o retângulo maior dividido em 18 retângulos menores, todos com a mesma largura. Que fração do retângulo maior representa a parte em cinza?



3) Na lista de frações, no quadro ao lado, temos:

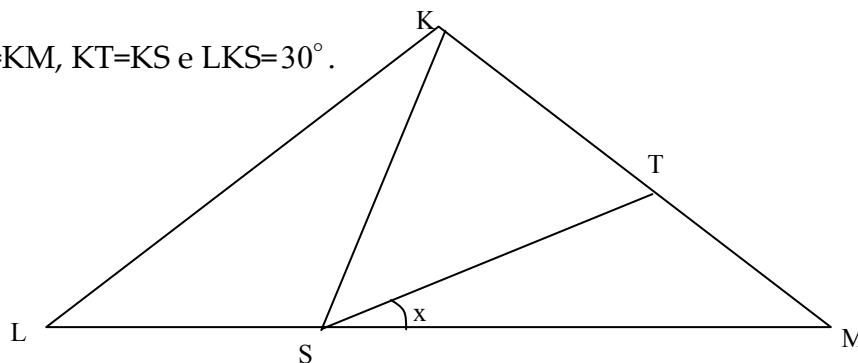
$\frac{5}{4}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{-5}{4}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{14}{8}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{-3}{2}$	

- 2 frações cuja soma é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cuja diferença é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cujo produto é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cujo quociente é $\frac{5}{2}$

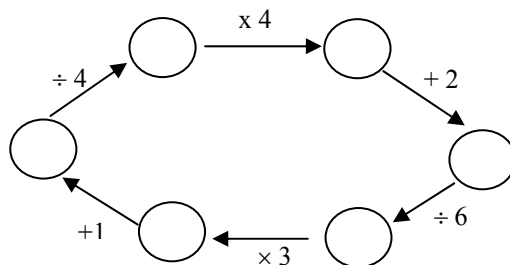
Encontre a fração que está sobrando.

4) No triângulo KLM temos $KL=KM$, $KT=KS$ e $\angle LKS=30^\circ$. O ângulo x é:

- (A) 10°
(B) 15°
(C) 20°
(D) 25°
(E) 30°



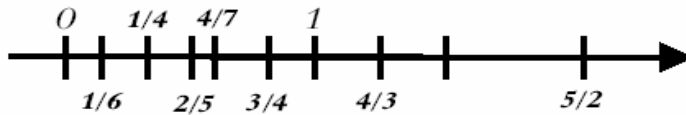
5) Escreva dentro dos círculos os números inteiros que tornam correta a sucessão de operações.



6) Iara possui R\$ 50,00 para comprar copos que custam R\$ 2,50 e pratos que custam R\$ 7,00. Ela quer comprar no mínimo 4 pratos e 6 copos. O que ela pode comprar ?

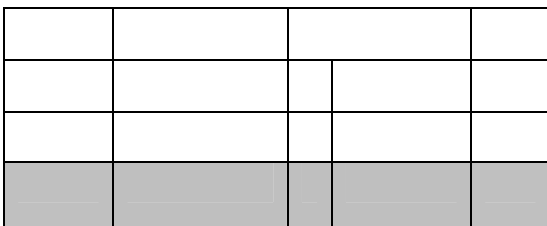
1. (D) $2/5$ e $3/4$ são menores que 1 (numerador menor que denominador); por sua vez, $4/3$ e $5/2$ são maiores que 1 (numerador maior que denominador), logo (B) e (C) estão excluídas. Temos $1/6$ menor do que $1/4$. Como $1/4=0,25$ e $2/5=0,4$ segue que:

$$\frac{1}{6} < \underbrace{\frac{1}{4}}_{0,25} < \underbrace{\frac{2}{5}}_{0,4}. \text{ Logo o único número entre } 2/5 \text{ e } 3/4 \text{ é } 4/7.$$



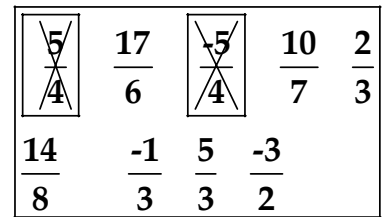
Um número x que "fica entre" $2/5$ e $3/4$ é um número maior do que $2/5$ e menor do que $3/4$

$$\text{ou seja } \frac{2}{5} < x < \frac{3}{4}$$

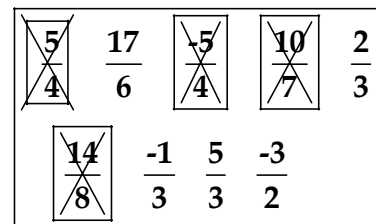


2. Observe na figura, a região em cinza tem a mesma área que a do enunciado. Como todos os retângulos têm a mesma largura, o retângulo maior está dividido em 4 partes iguais pelos segmentos paralelos ao seu comprimento. Logo, a região em cinza representa $1/4$ do retângulo maior.

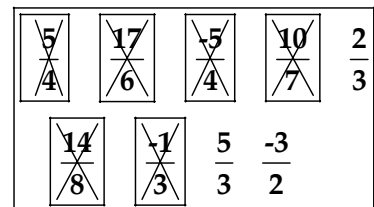
3. (a) 2 frações cuja diferença é $\frac{5}{2} : \frac{5}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$



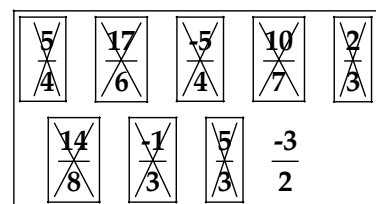
(b) 2 frações cujo produto é $\frac{5}{2} : \frac{10}{7} \times \frac{14}{8} = \frac{10}{7} \times \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$



(c) 2 frações cuja soma é $\frac{5}{2} : \frac{17}{6} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{17}{6} - \frac{1}{3} = \frac{17}{6} - \frac{2}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

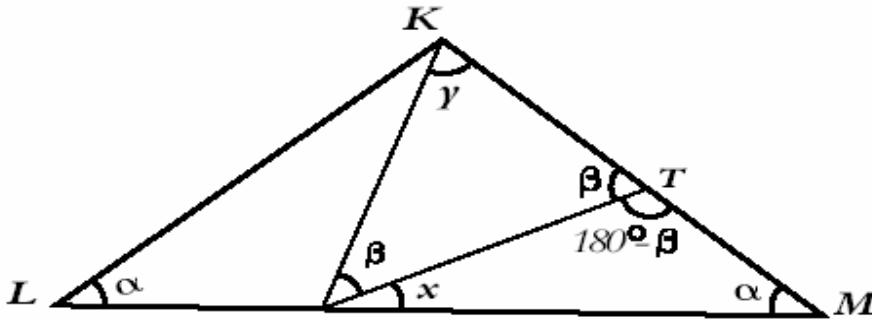


(d) 2 frações cujo quociente é $\frac{5}{2} : \frac{5}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.



Logo, o fração que está sobrando é $-3/2$.

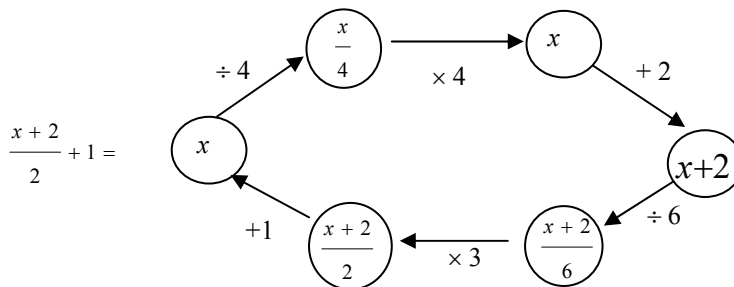
4. (B)



Sejam $\widehat{TSM} = x, \widehat{SKT} = y, \widehat{KLS} = \alpha, \widehat{KTS} = \beta$. O triângulo KLM é isósceles porque tem dois lados iguais; conseqüentemente seus ângulos da base são iguais, isto é: $\widehat{KLS} = \widehat{KMS} = \alpha$. Analogamente, o triângulo KST também é isósceles e portanto $\widehat{KST} = \widehat{KTS} = \beta$. Usaremos agora que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Acompanhe na figura:

- No triângulo STM temos: $x + \alpha + 180^\circ - \beta = 180^\circ \Rightarrow x = \beta - \alpha$
- No triângulo KLM temos: $\alpha + \alpha + 30^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow y = 150^\circ - 2\alpha$. Logo,
 $\beta + \beta + 150^\circ - 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \beta - \alpha = 15^\circ$. Portanto, $x = 15^\circ$.

5. Colocando x num dos círculos e aplicando a sucessão de operação obtemos $x = \frac{x+2}{2} + 1$, donde $x=4$.



6. Sejam c e p o número de copos e pratos que Iara pode comprar. Logo seu gasto é $2,5c + 7p$. Ela só tem R\$ 50,00, logo $2,5c + 7p \leq 50$ (I) Além disso, ela quer comprar no mínimo 4 pratos e 6 copos, logo $p \geq 4$ e $c \geq 6$ (II). Devemos encontrar dois números inteiros c e p (número de copos e pratos são números inteiros) que satisfaçam (I) e (II).

Se ela comprar 4 pratos sobram $50 - 4 \times 7 = 22$ reais para os copos. Como $22 = 8 \times 2,50 + 2$, ela podem comprar 8 copos (sobrando-lhe R\$ 2,00).

Se ela comprar 5 pratos sobram $50 - 5 \times 7 = 15$ reais para os copos. Como $15 = 6 \times 2,50$, ela pode comprar 6 copos.

Se ela comprar 6 pratos sobram $50 - 6 \times 7 = 8$ reais para os copos, o que lhe permite comprar apenas 1 copo que não é o que ela quer.

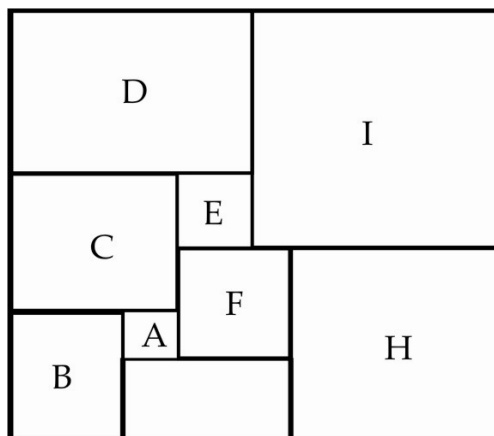
Logo, Iara pode comprar 4 pratos e 8 copos, ou 5 pratos e 6 copos.

1) Quantos são os números inteiros x tais que $-5 < x - 1 \leq 5$?

- (A) (B)9 (C)10 (D)11 (E)12

2) Na figura mostra nove quadrados. A área do quadrado A é 1cm^2 e do quadrado B é 81cm^2 . Qual a área do quadrado I em centímetros quadrados?

- (A)196
(B)256
(C)289
(D)324
(E)361



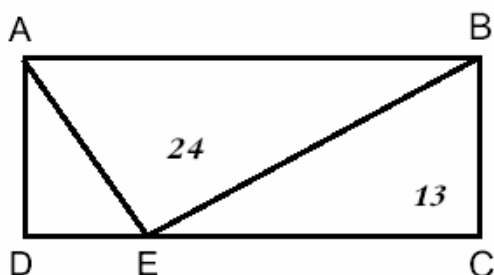
3) André, Bruno, Celina e Dalva ganharam juntos 21 medalhas num concurso. André foi o que mais ganhou medalhas, Bruno ganhou o dobro de Celina e Dalva 3 a mais que Bruno. Quantas medalhas cada um pode ter ganhado?

4) Célia quer trocar com Guilherme figurinhas de um álbum sobre animais brasileiros. Celina quer trocar figurinhas de 4 borboleta, 5 tubarão, 3 cobra, 3 periquito e 6 macaco. Todas as figurinhas de Guilherme são de aranha. Eles sabem que:

- (i) 1 figurinha de borboleta vale 3 figurinhas de tubarão
- (ii) 1 figurinha de cobra vale 3 figurinhas de periquito
- (iii) 1 figurinha de macaco vale 4 figurinhas de aranha
- (iv) 1 figurinha de periquito vale 3 figurinhas de aranha
- (v) 1 figurinha de tubarão vale 2 figurinhas de periquito

Quantas figurinhas Célia receberá se ela trocar todas que quiser?

5) Escreva numa linha os números de 1 a 15 de modo que a soma de dois números adjacentes nessa linha seja um quadrado perfeito.

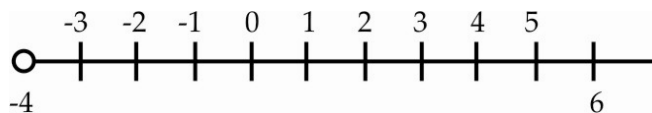


6) Um retângulo está dividido em 3 regiões, duas delas com áreas 24cm^2 e 13cm^2 conforme indicado na figura. Qual é a área da outra região?

1. (C) Somando 1 a todos os membros das duas desigualdades temos

$$-5 + 1 < x - 1 + 1 \leq 5 + 1 \Rightarrow -4 < x \leq 6.$$

Os valores inteiros de x que satisfazem as duas desigualdades são: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.



2. (D) O lado de A é $\sqrt{1} = 1\text{cm}$ e o de B é $\sqrt{81} = 9\text{cm}$. Agora temos:

- Lado de G = lado de B - lado de A = $9 - 1 = 8\text{cm}$
- Lado de C = lado de B + lado de A = $1 + 9 = 10\text{cm}$
- Lado de F = lado de G - lado de A = $8 - 1 = 7\text{cm}$
- Lado de H = lado de G + lado de F = $8 + 7 = 15\text{cm}$
- Lado de B + lado de C = lado de G + lado de F + lado de E $\Rightarrow 9 + 10 = 8 + 7 + \text{lado de E}$. Logo, lado de E = 4cm
- Lado de D = lado C + lado de E = $10 + 4 = 14\text{cm}$
- Lado de I = lado de E + lado de D = $14 + 4 = 18\text{cm}$.

Finalmente, a área de I é $18^2 = 324\text{cm}^2$

3. Denotemos por A, B, C e D o número de medalhas ganhas por André, Bruno, Celina e Dalva respectivamente, então $A + B + C + D = 21$. Agora, temos:

- “Bruno ganhou o dobro de Celina” $\Rightarrow B = 2C$
- “Dalva 3 a mais que Bruno”: $\Rightarrow D = B + 3$

Daí obtemos $A + B + \frac{B}{2} + B + 3 = 21 \Rightarrow 2A + 5B = 36$. Como A e B

são números inteiros, temos as seguintes possibilidades para A e B:

A	B	2A + 5B
3	6	$2 \times 3 + 5 \times 6 = 36$
8	4	$2 \times 8 + 5 \times 4 = 36$
13	2	$2 \times 13 + 5 \times 2 = 36$
18	0	$2 \times 18 + 5 \times 0 = 36$

Como André foi o que mais recebeu medalhas, a solução A=3 e B=6 não serve. Agora usando as condições $C=B/2$ e $D=B+3$, obtemos as seguintes possibilidades de medalhas para cada um deles, mostradas no quadro ao lado.

André	Bruno	Celina	Dalva	Total
8	4	$4:2=2$	$4+3=7$	21
13	2	$2:2=1$	$2+3=5$	21
18	0	$0:2=0$	$0+3=3$	21

4. A “moeda de troca” de Guilherme são figurinhas de aranha, logo vamos calcular o “valor-aranha” de cada tipo de figurinha usando as informações (a), (b), (c), (d) e (e).

$$4 \text{ borboleta} = \underbrace{12}_{(a) \ 4 \times 3} \text{ tubarão} = \underbrace{24}_{(e) \ 12 \times 2} \text{ periquito} = \underbrace{72}_{(d) \ 24 \times 3} \text{ aranha}$$

$$5 \text{ tubarão} = \underbrace{10}_{(e) \ 5 \times 2} \text{ periquito} = \underbrace{30}_{(d) \ 10 \times 3} \text{ aranha}$$

$$3 \text{ cobra} = \underbrace{9}_{(b) \ 3 \times 3} \text{ periquito} = \underbrace{27}_{(d) \ 9 \times 3} \text{ aranha}$$

$$6 \text{ periquito} = \underbrace{18}_{(d) \ 6 \times 3} \text{ aranha}$$

$$6 \text{ macaco} = \underbrace{24}_{(c) \ 6 \times 4} \text{ aranha}$$

Logo, ela receberá $72 + 30 + 27 + 18 + 24 = 171$ figurinhas de aranha.

5. Primeiro verificamos quais os números que podem ser adjacentes.

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Possíveis vizinhos	3	7	1	5	4	3	2	1	7	6	5	4	3	2	1
	8	14	6	12	11	10	9			15	14	13	12	11	10
	15		13												

Os algarismos 8 e o 9 só têm cada um apenas um possível vizinho, logo eles devem ser colocados no início e no fim da fila, seguidos de seus únicos vizinhos:

8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	7	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Sobram os números 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14 e 15. Na “tabela de vizinhos” vemos que ao lado do 7 só podemos colocar o 2 e ao lado do 2 o 14. Temos então:

8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	14	2	7	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---

Consultando a “tabela de vizinhos” e os números que sobram, chegamos à resposta. Veja a seguir a solução passo a passo.

Formação da linha em cada etapa															Sobram	
8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	7	9		2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15
8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	2	7	9	3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 14, 15
8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	14	2	7	9	3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 15
8	1	?	?	?	?	?	?	?	?	5	11	14	2	7	9	3, 4, 6, 10, 12, 13, 15
8	1	?	?	?	?	?	?	?	4	5	11	14	2	7	9	3, 6, 10, 12, 13, 15
8	1	?	?	?	?	?	12	4	5	11	14	2	7	9		3, 6, 10, 13, 15
8	1	?	?	?	?	13	12	4	5	11	14	2	7	9		3, 6, 10, 15
8	1	?	?	?	3	13	12	4	5	11	14	2	7	9		6, 10, 15
8	1	15	10	6	3	13	12	4	5	11	14	2	7	9		Resposta

6. Lembre que a área de um triângulo é $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$, onde a altura é relativa à base escolhida. No triângulo AEB temos base = AB=comprimento do retângulo e a altura relativa a essa base é BC=largura do retângulo. Logo, $\frac{AB \times BC}{2} = 24 \Rightarrow AB \times BC = 48$. Logo a área do retângulo é 48cm^2 . Portanto, a área pedida é $48 - (24 + 13) = 48 - 37 = 11\text{cm}^2$.