1) Encontre o produto: $\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right)$.

(A) $\frac{10}{125}$ (B) $\frac{5}{9}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{8}{15}$ (E) $\frac{1}{120}$

2) Se dois lados de um triângulo medem $5\,cm$ e $7\,cm$, então o terceiro lado não pode medir:

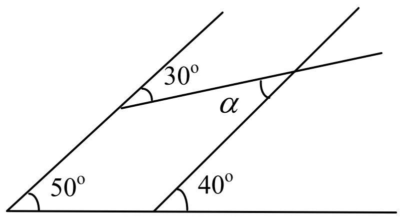
(A) $11\,cm$ (B) $10\,cm$ (C) $6\,cm$ (D) $3\,cm$ (E) $1\,cm$

3) Quais os valores de x que satisfazem $\frac{1}{x-2} < 4$?

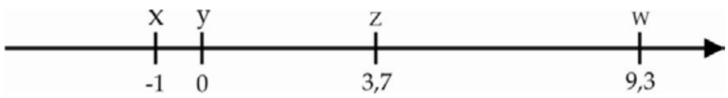
(A) $x > \frac{3}{4}$ (B) $x > 2$ (C) $\frac{3}{4} < x < 2$ (D) $x < 2$ (E)todos os valores de x.

4) Quanto mede o ângulo α da figura?

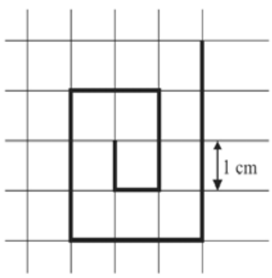
(A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35° (E) 40°



5) Da figura, concluímos que $|z-x|+|w-x|$ é igual a :



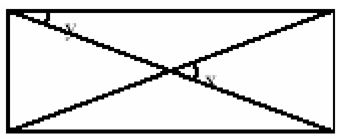
(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15



6) Artur quer desenhar uma "espiral" de 4 metros de comprimento formada de segmentos de reta. Ele já traçou 7 segmentos, como mostra a figura. Quantos segmentos ainda faltam traçar?

(A) 28 (B) 30 (C) 24 (D) 32 (E) 36

7) A figura mostra um retângulo e suas duas diagonais. Qual é a afirmativa correta a respeito dos ângulos x e y da figura?



(A) $x < y$ (B) $x = y$ (C) $2x = 3y$ (D) $x = 2y$ (E) $x = 3y$

1. **(D)** Cada um dos fatores é da forma "diferença de quadrados" isto é $a^2 - b^2$, onde $a = 1$

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right)=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{15^2}\right)$$

Usando a fatoração $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, obtemos:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\times\underbrace{\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}}_{1}\times\underbrace{\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}}_{1}\times\underbrace{\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}}_{1}\times\ldots\times\underbrace{\frac{15}{14}\times\frac{14}{15}}_{1}\times\frac{16}{15}=\frac{1}{2}\times\frac{16}{15}=\frac{8}{15}.$$

2. **(E)**Lembre que num triângulo a soma de dois lados quaisquer tem que ser maior que o terceiro lado. Como $1+5$ **não é maior** do que 7, o terceiro lado não pode ser 1.

3.**(C)**Temos: $\dfrac{1}{x-2} < 4 \Rightarrow \dfrac{1}{x-2} - 4 < 0 \Rightarrow \dfrac{1-4(x-2)}{x-2} < 0 \Rightarrow \dfrac{3-4x}{x-2} < 0.$ Para que uma fração seja negativa, o numerador e o denominador têm que ter sinais trocados.

1º caso: $3-4x > 0$ e $x-2<0$.

$3-4x>0 \Rightarrow x<\dfrac{3}{4}$ e $x-2>0 \Rightarrow x>2$, o que é impossível.

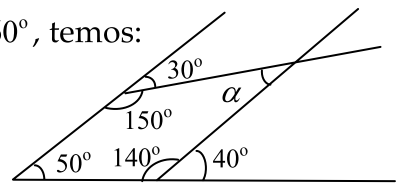
2º caso: $3-4x<0$ e $x-2>0$.

$3-4x<0 \Rightarrow x>\dfrac{3}{4}$ e $x-2<0 \Rightarrow x<2$. Logo, a resposta é $\dfrac{3}{4}<x<2$.

4. **(A)** Os ângulos internos do quadrilátero na figura são: $50^\circ, \alpha, \underbrace{180^\circ - 40^\circ}_{140^\circ}$ e $\underbrace{180^\circ - 30^\circ}_{150^\circ}$.

Como, a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:

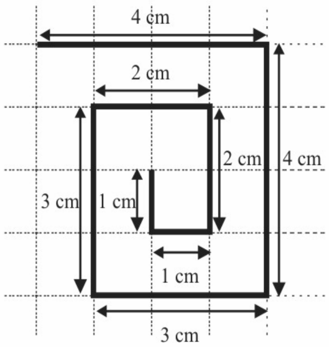
$$50^\circ + \alpha + 140^\circ + 150^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

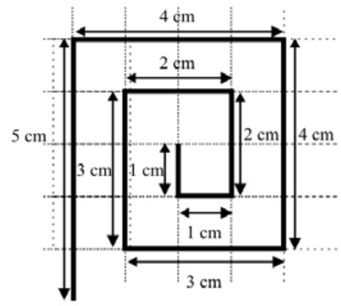


5. **(E)** Temos: $\underbrace{|z-x|}_{\substack{\text{distância}\\ \text{de } x \text{ a } z}} = 3,7-(-1) = 4,7$ e $\underbrace{|w-x|}_{\substack{\text{distância}\\ \text{de } x \text{ a } w}} = 9,3-(-1) = 10,3$.

Logo, $|z-x| + |w-x| = 4,7 + 10,3 = 15$.

6. **(D)** A figura mostra que a "espiral" é formada de segmentos cujos comprimentos formam uma sequência finita da forma 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, …, *n, n* (se os dois últimos segmentos da espiral têm o mesmo comprimento) ou da forma 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, …, *n, n, n*+1 (se os dois últimos segmentos da espiral têm comprimentos diferentes). Como o comprimento total é $4\ m = 400\ cm$, devemos ter:





$$\begin{cases} 1+1+2+2+3+3+\ldots+n+n=400 \Rightarrow 2\times(1+2+3+\ldots+n)=400 \\ \text{ou} \\ 1+1+2+2+3+3+\ldots+n+n+n+1=400 \Rightarrow 2\times(1+2+3+\ldots+n)+n+1=400 \end{cases}$$

A soma dos n primeiros números naturais é $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$, logo temos:

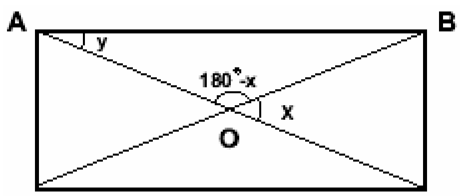
$$\begin{cases} 2\times\dfrac{n(n+1)}{2}=400 \Rightarrow n(n+1)=400 \\ \text{ou} \\ 2\times\dfrac{n(n+1)}{2}+n+1=400 \Rightarrow n(n+1)+n+1=400 \Rightarrow (n+1)^2=400 \end{cases}$$

Não existem dois números naturais consecutivos cujo produto seja 400, logo, a equação $n(n+1)=400$ não tem solução.De $(n+1)^2=400$ segue que $n+1=20$. Portanto, o último segmento da espiral tem $20\,cm$ e o penúltimo $19\,cm$. Os comprimentos dos segmentos da espiral formam a seqüência de números $1,1,2,2,3,3,4,4,\ldots,19,19,20$.
Portanto, são $19\times 2+1=39$ segmentos. Como 7 já foram traçados, faltam 32.

7. **(D)** Seja *O* o ponto de interseção das duas diagonais do retângulo. Então *AO*=*BO*, portanto o triângulo *AOB* é isósceles e logo $\widehat{OAB}=\widehat{OBA}=y$.

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, no triângulo *AOB* temos:

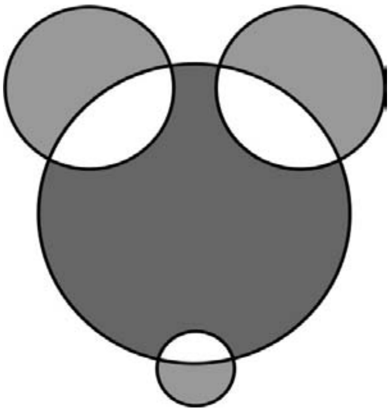
$2y+180^o-x=180^o \Rightarrow x=2y$.



1) Qual a menor das raízes da equação $2(x-3\sqrt{5})(x-5\sqrt{3})=0$?

2)Quantas soluções inteiras e positivas satisfazem a dupla inequação $2000<\sqrt{n(n+1)}<2005$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



3) Seja v a soma das áreas das regiões pertencentes unicamente aos três discos pequenos (em cinza claro), e seja w a área da região interior unicamente ao maior disco (em cinza escuro). Os diâmetros dos círculos são 6, 4, 4 e 2. Qual das igualdades abaixo é verdadeira?

(A) $3v=\pi w$ (B) $3v=2w$ (C) $v=w$

(D) $\pi v=3w$ (E) $\pi v=w$

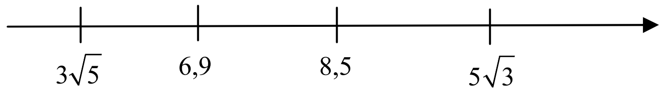
4) A menor raiz da equação $\frac{|x-1|}{x^2}=6$ é:

(A) $-\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{3}{2}$

5) Uma mesa quadrada tem 1 metro de lado. Qual o menor diâmetro de uma toalha redonda que cubra completamente o tambo da mesa?

(A) 1 (B) 1,5 (C) 2 (D) $\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{3}$

1. **Solução 1:** A equação já é dada na forma fatorada $a(x-m)(x-n)=0$, logo as raízes são $m=3\sqrt{5}$ e $n=5\sqrt{3}$. Devemos decidir qual delas é a maior. Sabemos que $\sqrt{5}<2,3$ e $1,7<\sqrt{3}$, logo $3\sqrt{5}<3\times 2,3$ e $5\times 1,7<5\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{5}<6,9$ e $8,5<5\sqrt{3}$. Como $6,9$ é menor do que $8,5$, concluímos que $3\sqrt{5}$ é menor do que $5\sqrt{3}$.



Solução 2: Comparar $3\sqrt{5}$ e $5\sqrt{3}$ é o mesmo que comparar $\left(3\sqrt{5}\right)^2$ e $\left(5\sqrt{3}\right)^2$. Assim, $\left(3\sqrt{5}\right)^2=9\times 5=45<75=25\times 3=\left(5\sqrt{3}\right)^2$. Logo, $3\sqrt{5}$ é menor do que $5\sqrt{3}$.

2. **(E)**Como os números que aparecem são todos positivos, podemos elevá-los ao quadrado mantendo os sinais, isto é: $2000^2<n(n+1)<2005^2$. Observe que n e $n+1$ são inteiros consecutivos. Logo, temos as seguintes opções:

$$2000^2<2000\times 2001<2005^2$$
$$2000^2<2001\times 2002<2005^2$$
$$2000^2<2002\times 2003<2005^2$$
$$2000^2<2003\times 2004<2005^2$$
$$2000^2<2004\times 2005<2005^2$$

Logo, temos 5 possibilidades para n: $2000, 2001, 2002, 2003$ e 2004.

3. **(C)** Os raios dos três discos menores são 1,2 e 2; e do disco maior 3.
Denotemos por b a área em branco, temos:

$$v=\underbrace{9\pi}_{\substack{\text{área do disco}\\ \text{de raio 3}}}-b \quad \text{e}$$

$w=9\pi-b$. Logo, v=w.

A área do disco de raio r é πr^2

4. **(B)** 1º caso: $x \geq 1$

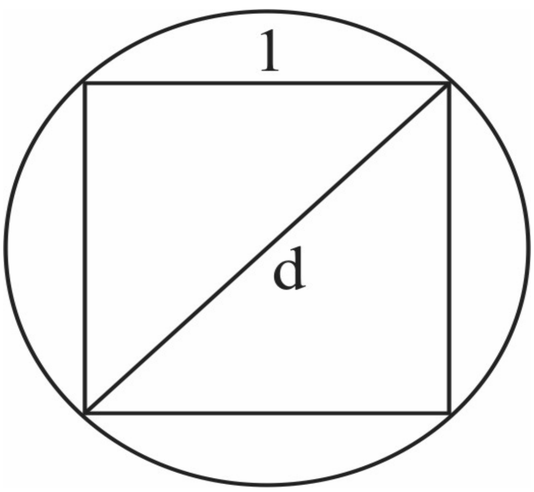
Nesse caso, $x-1 \geq 0$, donde $|x-1| = x-1$. A equação toma a forma $\frac{x-1}{x^2} = 6$ ou $6x^2 - x + 1 = 0$. Essa equação não tem raízes reais porque $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 6 \times 1 = 1 - 24$ é negativo.

2º caso: $x < 1$

Nesse caso, $x-1 < 0$, donde $|x-1| = -(x-1) = 1-x$. A equação toma a forma $\frac{1-x}{x^2} = 6$ ou $6x^2 + x - 1 = 0$. Resolvendo essa equação temos: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{-1 \pm 5}{12} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ e $x = \frac{1}{3}$. Como essas duas raízes são menores que 1, elas são as raízes da equação do enunciado. A menor delas é $x = -\frac{1}{2}$.

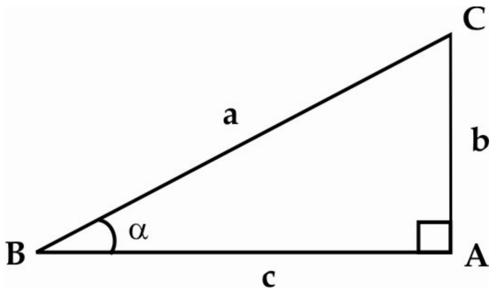
5. **(D)** Para que a toalha cubra inteiramente a mesa e que tenha o menor diâmetro possível, o quadrado deve estar inscrito no círculo. A diagonal do quadrado é o diâmetro do círculo, logo pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$d^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}$



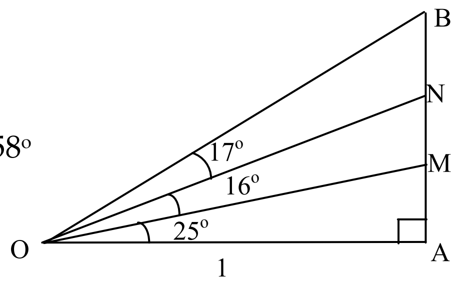
1) Os valores positivos de x para os quais $(x-1)(x-2)(x-3)<0$ formam o conjunto:

(1 , 3) (2 , 3)
(0 , 3)
$(0,1)\cup(2,3)$
(1 , 2)



2) Num triângulo retângulo, definimos o cosseno de seus ângulos agudos α por: $\cos\alpha = \dfrac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{c}{a}$.

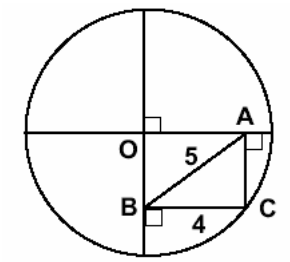
O triângulo retângulo da figura tem cateto OA=1. Escreva em ordem crescente os cossenos dos ângulos de 25º, 41º e 58º



3) Os ramais de uma central telefônica têm apenas 2 algarismos, de 00 a 99. Nem todos os ramais estão em uso. Trocando a ordem de dois algarismos de um ramal em uso, ou se obtém o mesmo número ou um número de um ramal que não está em uso. O maior número possível de ramais em uso é:

(A)Menos que 45 (B)45 (C)entre 45 e 55 (D) mais que 55 (E)55

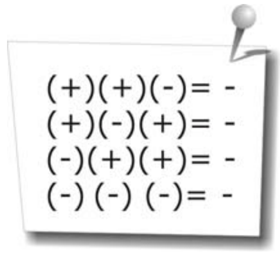
4) Um ônibus, um trem e um avião partem no mesmo horário da cidade A para a cidade B. Se eu tomar o ônibus cuja velocidade média é $100\ km/h$, chegarei à cidade B às 20 horas. Se eu tomar o trem, cuja velocidade média é $300\ km/h$, chegarei à cidade B às 14 horas. Qual será o horário de chegada do avião se sua velocidade média é de $900\ km/h$?



5) Na figura O é o centro do círculo e AB= $5\,cm$ Qual é o diâmetro desse círculo?

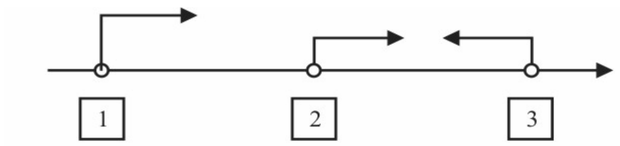
6) Iara possui R$ 50,00 para comprar copos que custam R$ 2,50 e pratos que custam R$ 7,00. Ela quer comprar no mínimo 4 pratos e 6 copos. O que ela pode comprar ?

1. Para que um produto de três fatores seja negativo, devemos ter dois fatores positivos e um fator negativo, ou os três negativos.



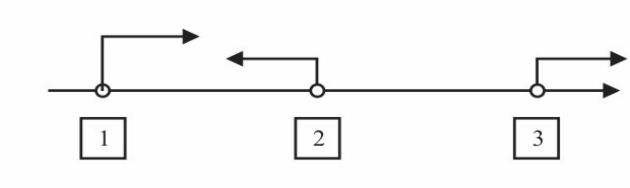
As possibilidades são:

1) $\underbrace{(x-1)}_{+}\underbrace{(x-2)}_{+}\underbrace{(x-3)}_{-} \Rightarrow x>1$, $x>2$ e $x<3$.



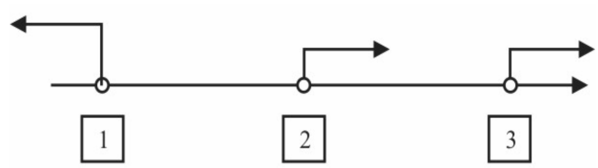
Nesse caso, a solução é $2<x<3$.

2) $\underbrace{(x-1)}_{+}\underbrace{(x-2)}_{-}\underbrace{(x-3)}_{+} \Rightarrow x>1$, $x<2$ e $x>3$.



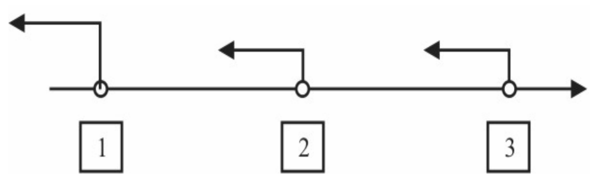
Nesse caso temos é $1<x<2$ e x>3, o que não é possível. Logo, esse caso não pode ocorrer.

3) $\underbrace{(x-1)}_{-}\underbrace{(x-2)}_{+}\underbrace{(x-3)}_{+} \Rightarrow x<1$, $x>2$ e $x>3$.



Nesse caso temos $x<1$, $x>2$ e $x>3$, o que não é possível.

4) $\underbrace{(x-1)}_{-}\underbrace{(x-2)}_{-}\underbrace{(x-3)}_{-} \Rightarrow x<1$, $x<2$ e $x<3$.



Nesse caso, a solução é x<1. Logo, a solução são todos os números reais x tais que x<1 ou 2<x<3; ou seja, a união de dois intervalos: $(0,1)\cup(2\,,3)$

2. De acordo com a definição de cosseno, temos: $\cos 25^o = \dfrac{1}{OM}$, $\cos 41^o = \dfrac{1}{ON}$ e $\cos 58^o = \dfrac{1}{OB}$.

Na figura, vemos que $OM<ON<OB$, logo $\cos 58^o < \cos 41^o < \cos 25^o$.

3. **(E)** Existem dois tipos de ramais:
 (i) os dois algarismos são iguais (00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, e 99), esses são em número de 10
 (ii) os dois algarismos são distintos, nesse caso temos $10 \times 9 = 90$ números, e metade deles podem ser usados.

Logo, temos no máximo $10 + 45 = 55$.

4. Seja d a distância entre as duas cidades e h o horário de partida comum do ônibus, do trem e do avião. Como, $\text{distância} = \text{velocidade} \times \text{tempo}$, temos:
$d = 100 \times (20 - h)$ e $d = 300 \times (14 - h)$. Logo, $100 \times (20 - h) = 300 \times (14 - h)$ donde $h = 11$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $d = 100 \times (20 - 11) = 900 km$. Logo, o avião gasta 1 hora da cidade A à cidade B, e portanto ele chega às 12 horas.

5. Observe que OC é um raio do círculo. Temos que OC=AB=5 cm por serem as diagonais do retângulo OACB. Logo, o diâmetro é 10 cm.

6. Sejam c e p o número de copos e pratos que Iara pode comprar. Logo seu gasto é $2,5c + 7p$. Ela só tem R\$ 50,00, logo $2,5c + 7p \leq 50$ (I) Além disso, ela quer comprar no mínimo 4 pratos e 6 copos, logo $p \geq 4$ e $c \geq 6$ (II). Devemos encontrar dois números inteiros c e p (número de copos e pratos são números inteiros) que satisfaçam (I) e (II).

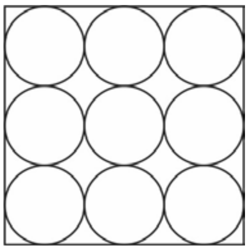
Se ela comprar 4 pratos sobram $50 - 4 \times 7 = 22$ reais para os copos. Como $22 = 8 \times 2,50 + 2$, ela pode comprar 8 copos (sobrando-lhe R\$ 2,00).

Se ela comprar 5 pratos sobram $50 - 5 \times 7 = 15$ reais para os copos. Como $15 = 6 \times 2,50$, ela pode comprar 6 copos.

Se ela comprar 6 pratos sobram $50 - 6 \times 7 = 8$ reais para os copos, o que lhe permite compar apenas 1 copo que não é o que ela quer.

Logo, Iara pode comprar 4 pratos e 8 copos, ou 5 pratos e 6 copos.

1) Para fabricar 9 discos de papelão circulares para o Carnaval usam-se folhas quadradas de $10\,cm$ de lado como indicado na figura. Qual a área do papel não aproveitado?



(A) $25\ cm^2$
(B) $22{,}5cm^2$
(C) $21{,}5\ cm^2$
(D) $21\ cm^2$
(E) $22\ cm^2$

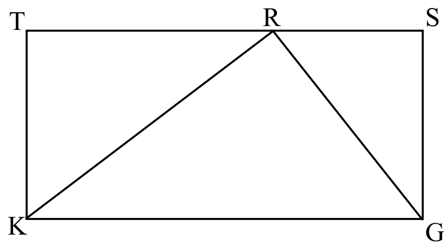
2) Determine quais afirmações são verdadeiras:

(A) $|-108|>100$ (B) $|5-13|=|5|-|13|$ (C) $|2-9|=9-2$
(D) $|a^2+5|=a^2+5$ (E) $|-6a|=6|a|$

3) Se $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=5$ então $\dfrac{x+y}{2y}$ é igual a:

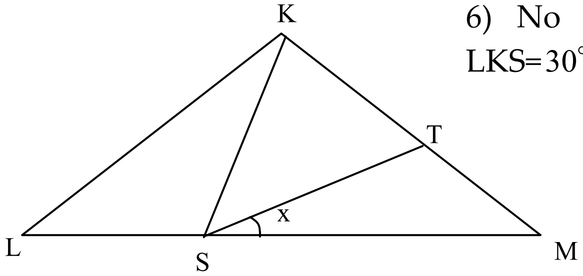
(A) $5/2$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $13y$ (D) $25y/2$ (E) 13

4) A figura mostra um retângulo KGST e um triângulo KGR. Os ângulos KRT e RGS são iguais. Se TR=6 e RS=2 qual é a área de KGR?



(A) 12 (B) 16 (C) $8\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{3}$ (E) 14

5) ***Sinal de um produto e sinal de um quociente:*** *a, b, c* e *d* são quatro números não nulos tais que os quocientes $\dfrac{a}{5}$, $\dfrac{-b}{7a}$, $\dfrac{11}{abc}$, $\dfrac{-18}{abcd}$ são positivos. Determine os sinais de *a, b, c* e *d.*



6) No triângulo KLM temos KL=KM, KT=KS e LKS=30°. Qual a medida do ângulo TSM?

(A) 10°
(B) 15°
(C) 20°
(D) 25°
(E) 30°

1. Lembre que a área de um círculo é πr^2, onde r é o raio do círculo.
Se r é o raio dos círculos da figura, então a área pedida é:

$$\underbrace{\text{área do quadrado}}_{10\times 10=100} - \underbrace{\text{área dos 9 círculos}}_{9\times \pi r^2} = 100-9\times\pi\times\left(\frac{5}{3}\right)^2 = 100-25\pi$$

Usando a aproximação $\pi \approx 3{,}14$, obtemos $100-25\pi \approx 100-25\times 3{,}14 = 21{,}5cm^2$.

A área do círculo de raio r é πr^2

2. (A) $|-108| = 108 > 100$, verdadeira
(B) $|5-13| = |-8| = 8$ e $|5|-|13| = 1-13 = -8$, falsa.
(C) $|2-9| = -(2-9) = 9-2$ porque $2-9<0$, verdadeira.
(D) $|a^2+5| = a^2+5$ porque $a^2+5>0$ para qualquer valor de *a*, verdadeira.
(E) $|-6a| = |-6|\times|a| = 6|a|$, verdadeira.

$$|x| = \begin{cases} x \text{ se } x \geq 0 \\ -x \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

3.**(E)** Elevando ao quadrado ambos os membros de $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = 5$, obtemos $\frac{x}{y} = 25$. Agora,

$$\frac{x+y}{2y} = \frac{1}{2}\times\frac{x+y}{y} = \frac{1}{2}\times\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{y}\right) = \frac{1}{2}\times\left(\frac{x}{y}+1\right) = \frac{1}{2}\times(25+1) = 13.$$

4.**(D)**Os triângulos TKR e GRS são proporcionais por serem triângulos retângulos com um ângulo agudo igual. Logo, temos: $\frac{RS}{TK} = \frac{GS}{TR}$. Como GS=TK segue que

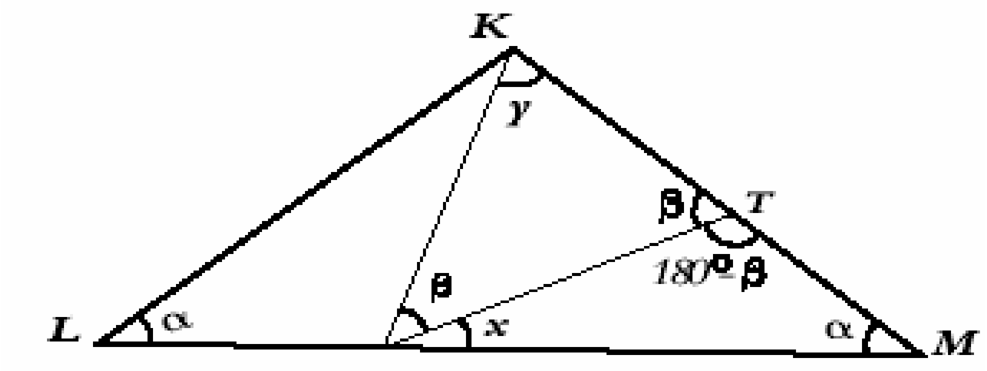
$TK^2 = RS\times TR = 2\times 6 = 12 \Rightarrow TK = 2\sqrt{3}$. A área do triângulo KGR vale

$$\frac{\overbrace{KG}^{\text{base}}\times\overbrace{TK}^{\text{altura}}}{2} = \frac{(TR+RS)\times 2\sqrt{3}}{2} = \frac{8\times 2\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

5. Solução:

- $\frac{a}{\underbrace{5}_{+}} > 0 \Rightarrow a > 0$
- Temos $a>0 \Rightarrow 7a>0$, logo: $\frac{-b}{\underbrace{7a}_{+}} > 0 \Rightarrow -b > 0 \therefore b < 0$
- $\frac{\overbrace{11}^{+}}{abc} > 0 \Rightarrow abc > 0$. Como $a>0$ e $b<0$ segue que $c<0$ $(\underbrace{a}_{+}\underbrace{b}_{-}\underbrace{c}_{-} > 0)$
- $\frac{\overbrace{-18}^{-}}{abcd} > 0 \Rightarrow abcd < 0$, como $abc>0$ segue que $d<0$.

6. **(B)** Sejam $\widehat{TSM} = x, \widehat{SKT} = y, \widehat{KLS} = \alpha, \widehat{KTS} = \beta$. O triângulo KLM é isósceles porque tem dois lados iguais; consequentemente seus ângulos da base são iguais, isto é: $\widehat{KLS} = \widehat{KMS} = \alpha$. Analogamente, o triângulo KST também é isósceles e portanto $\widehat{KST} = \widehat{KTS} = \beta$. Usaremos agora que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. Acompanhe na figura:



- No triângulo STM temos: $x + \alpha + 180^o - \beta = 180^o \Rightarrow \quad x = \beta - \alpha$
- No triângulo KLM temos: $\alpha + \alpha + 30^o + y = 180^o \Rightarrow y = 150^o - 2\alpha$.

Logo,

$$\beta + \beta + 150^o - 2\alpha = 180^o \Rightarrow \beta - \alpha = 15^o$$. Portanto, $x = 15^o$.

1) Quantos são os pares diferentes de inteiros positivos (*a, b*) tais que $a+b\le 100$ e $\dfrac{a+\frac{1}{b}}{\frac{1}{a}+b}=13$?

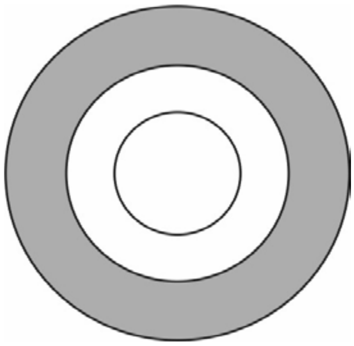
(A) 1 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 13

2) Se $x+|x|+y=5$ e $x+|y|-y=6$ então $x+y$ é:

(A) -1 (B) 11 (C) $9/5$ (D) 1 (E) -11

3) Na figura, os três círculos são concêntricos, e as áreas do menor círculo e do maior anel (em cinza) são iguais. O raio do menor círculo é $5\,cm$ e do maior $13\,cm$. Qual o raio do círculo intermediário?

(A) 12
(B) 11
(C) $10\sqrt{65}$
(D) $5\sqrt{3}$
(E) $12\sqrt{2}$



4) Encontre os algarismos que estão faltando sobre cada um dos traços:

(a) $\dfrac{126}{8\_}=\dfrac{21}{\_\,\_}$; (b) $\dfrac{\_\,\_8}{33\_}=\dfrac{4}{5}$

5) ***Uma a mais!*** Na lista de frações, no quadro ao lado, temos:

- 2 frações cuja soma é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cuja diferença é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cujo produto é $\frac{5}{2}$
- 2 frações cujo quociente é $\frac{5}{2}$

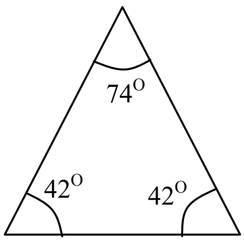
$$\frac{5}{4}\quad \frac{17}{6}\quad \frac{-5}{4}\quad \frac{10}{7}\quad \frac{2}{3}$$
$$\frac{14}{8}\quad \frac{-1}{3}\quad \frac{5}{3}\quad \frac{-3}{2}$$

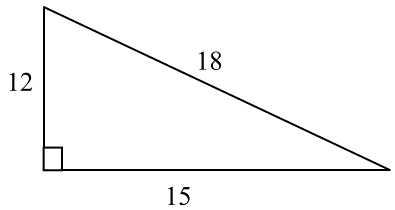
Encontre a fração que está sobrando.

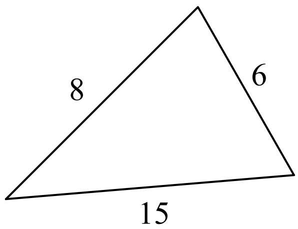
6) ***O café, o bolo e o gato*** – Dez minutos antes de colocar o bolo no forno, eu coloquei meu gato do lado de fora da casa. O bolo deve cozinhar por 35 minutos, então eu coloquei o despertador para tocar 35 minutos, após colocar o bolo no forno. Imediatamente fiz um café para mim, o que me tomou 6 minutos. Três minutos antes de acabar de beber o café o gato entrou em casa. Isso foi 5 minutos antes do despertador tocar.O telefone tocou no meio do tempo entre eu acabar de fazer o café e o gato entrar em casa. Falei ao telefone por 5 minutos e desliguei. Eram 3h59min da tarde.

(a) A que horas coloquei o gato fora de casa?
(b) Quantos minutos depois de colocar o gato fora de casa, o despertador tocou?
Quanto tempo o gato estava fora de casa até o momento em que o telefone tocou?

7) Quais figuras estão corretas?







1. **(C)** Temos: $13 = \dfrac{a+\dfrac{1}{b}}{\dfrac{1}{a}+b} = \dfrac{\dfrac{ab+1}{b}}{\dfrac{1+ab}{a}} = \dfrac{a}{b}$. Logo, a =13b e como $a+b \le 100$ segue que $14b \le 100 \Rightarrow b \le 7{,}14$. Como b é inteiro devemos ter $b \le 7$. Logo os pares são em número de 7, a saber:

$(13\,,1)$, $(26\,,2)$, $(39\,,3)$, $(52\,,4)$, $(65\,,5)$, $(78\,,6)$, $(91\,,7)$

2. **(C)**☛ Se $x<0$, então $|x|=-x$ e da 1ª equação temos $x+(-x)+y=5 \Rightarrow y=5$. Substituindo esse valor na 2ª equação obtemos x=6 o que não é possível pois estamos supondo x<0. Logo, não há solução para $x<0$.

☛ Se $y \ge 0$, então |y|=y e da 2ª equação segue que x=6. Substituindo esse valor na 1ª equação encontramos y=-7, o que não é possível porque estamos supondo que y é positivo.

☛Concluímos que não há solução para $y \ge 0$ e $x<0$. Logo, $y<0$ e $x \ge 0$, e as equações são: $2x+y=5$ e $x-2y=6$. Resolvendo obtemos $x=\dfrac{16}{5}$ e $y=-\dfrac{7}{5}$. Portanto, $x+y=\dfrac{9}{5}$.

3. **(A)**A área do menor círculo é $5^2\pi = 25\pi cm^2$ e do maior é $13^2\pi = 169\pi cm^2$. Seja r o raio do círculo intermediário, então a área do maior anel é $169\pi - \pi r^2$. Logo, $169\pi - \pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r^2 = 169-25=144$, donde $r=12cm$

4.(a) Observe que $126 \div 6 = 21$, logo, o numerador 126 foi dividido por 6 para obter o numerador 21 da outra fração. Logo, o denominador $8\_$ também é divisível por 6. O único número da forma $8\_$ que é divisível por 6 é 84, e $84 \div 6 = 18$. Podemos então completar as frações:

$$\frac{126}{8\underline{4}} \overset{\div 6}{\underset{\div 6}{\xrightarrow[\longrightarrow]{=}}} \frac{21}{\underline{1}\underline{8}}$$

(b) Note que $33\_$ deve ser múltiplo de 5, logo só pode ser 330 ou 335. Temos

Como $\dfrac{4}{5}=0{,}8$, segue que $\dfrac{\_\_8}{330}=0{,}8$ ou $\dfrac{\_\_8}{335}=0{,}8$. Temos $330 \times 0{,}8 = 264$ e $335 \times 0{,}8 = 268$, segue que $--$ 8=268 e 33_=335. Podemos completar as frações: $\dfrac{268}{335}=\dfrac{4}{5}$. Note que $\dfrac{268}{335}=\dfrac{268 \div 67}{335 \div 67}=\dfrac{4}{5}$.

5. (a) 2 frações cujo produto é $\frac{5}{2}$: $\frac{10}{7}\times\frac{14}{8}=\frac{10}{7}\times\frac{7}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

$$\boxed{\cancel{\frac{5}{4}}}\quad \frac{17}{6}\quad \boxed{\cancel{\frac{-5}{4}}}\quad \frac{10}{7}\quad \frac{2}{3}\quad \frac{14}{8}\quad \frac{-1}{3}\quad \frac{5}{3}\quad \frac{-3}{2}$$

(b) 2 frações cuja diferença é $\frac{5}{2}$: $\frac{5}{4}-\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{5}{4}+\frac{5}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

$$\cancel{\frac{5}{4}}\quad \frac{17}{6}\quad \boxed{\cancel{\frac{-5}{4}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{10}{7}}}\quad \frac{2}{3}\quad \boxed{\cancel{\frac{14}{8}}}\quad \frac{-1}{3}\quad \frac{5}{3}\quad \frac{-3}{2}$$

(c) 2 frações cuja soma é $\frac{5}{2}$: $\frac{17}{6}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{17}{6}-\frac{1}{3}=\frac{17}{6}-\frac{2}{6}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$

$$\boxed{\cancel{\frac{5}{4}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{17}{6}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{-5}{4}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{10}{7}}}\quad \frac{2}{3}\quad \boxed{\cancel{\frac{14}{8}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{-1}{3}}}\quad \frac{5}{3}\quad \frac{-3}{2}$$

(d) 2 frações cujo quociente é $\frac{5}{2}$: $\frac{5}{3}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$.

$$\boxed{\cancel{\frac{5}{4}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{17}{6}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{-5}{4}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{10}{7}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{2}{3}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{14}{8}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{-1}{3}}}\quad \boxed{\cancel{\frac{5}{3}}}\quad \frac{-3}{2}$$

Logo, a fração que está sobrando é –3/2.

6. Vamos listar os eventos ocorridos e contar o tempo gasto em cada um. A primeira atividade foi colocar o gato for a da casa, logo nossa lista começa com essa atividade e o tempo é contado a partir dela.

Atividade	Tempo depois que o gato foi posto fora de casa
Gato fora de casa	0 minutos
Bolo no forno	10 minutos
Fazer o café	10+6=16 minutos
Despertador toca	35+10=45 minutos
Gato entra em casa	45-5=40 minutos
Acabar de tomar o café	40+3=43 minutos
Telefone toca	16+(40-16):2=28 minutos
Desligar o telefone	28+5 =33 minutos

Podemos agora dar as respostas.

(a) Às 3:59horas desliguei o telefone, o que ocorreu 33 minutos depois de colocar o gato fora de casa. Logo a resposta é 3:59-0:33=3:26.
(b) O despertador toca 45 minutos após colocar o gato for a de casa.
(c) 28 minutos

Podemos saber exatamente a hora de cada atividade; veja na tabela a seguir.

Atividade	Tempo depois que o gato foi posto fora de casa	Hora atual
Gato fora de casa	0 minutos	3:59-0:33=3:26
Bolo no forno	10 minutos	3:26+0:10=3:36
Fazer o café	10+6=16 minutos	3:26+0:16=3:42
Despertador toca	35+10=45 minutos	3:26+0:45=4:11
Gato entra em casa	45-5=40 minutos	3:26+0:40=4:06
Acabar de tomar o café	40+3=43 minutos	3:26+0:43=4:09
Telefone toca	16+(40-16):2=28 minutos	3:26+0:28=3:54
Desligar o telefone	28+5 =33 minutos	3:59

7. Figura 1: Não está correta porque a soma dos ângulos internos não dá 180°

   Figura 2: Não está correta porque o comprimento dos lados não satisfaz o Teorema de Pitágoras, logo o triângulo não pode ser retângulo

   Figura 3: Não está correta porque um dos lados não é menor que a soma dos outro dois: $15 > 6 + 8$

1) Resolva a equação $\frac{|x-1|}{x^2} = 6$.

2) Se um arco de 60º num círculo I tem o mesmo comprimento que um arco de 45º num círculo II, então a razão entre a área do círculo I com a do círculo II é:

(A)16/9 (B) 9/16 (C) 4/3 (D) 3/4 (E) 6/9

3) Se $x > 0$, $y > 0$, $x > y$ e $z \neq 0$, então a única opção errada é:

(A) $x + z > y + z$ (B) $x - z > y - z$ (C) $xz > yz$
(D) $\frac{x}{z^2} > \frac{y}{z^2}$ (E) $xz^2 > yz^2$

4) Resolva geometricamente as equações:

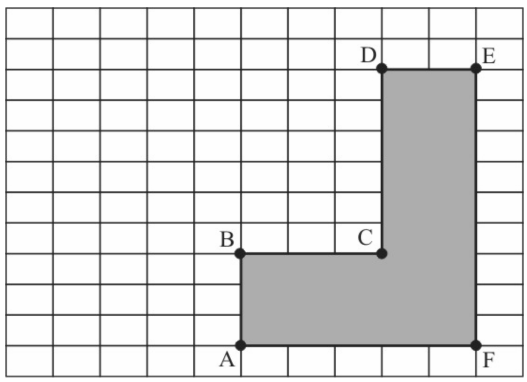
(a) $|x - 5| = 2$
(b) $|x + 3| = 1$
(c) $|3x - 7| = 9$
(d) $|x + 2| = |x - 5|$

5) A pista de um autódromo tem $20\,km$ de comprimento e forma circular. Os pontos marcados na pista são: A, que é o ponto de partida, B que dista $5\,km$ de A no sentido do percurso, C que dista $3\,km$ de B no sentido do percurso, D que dista $4\,km$ de C no sentido do percurso e E que dista $5\,km$ de D no sentido do percurso. Um carro que parte de A e pára após percorrer $367\,km$ estará mais próxima de qual dos 5 pontos?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

6) No diagrama ao lado, todos os quadradinhos têm $1\,cm$ de lado. Qual é o maior comprimento?

(A) AE
(B) CD+CF
(C) AC+CF
(D) FD
(E) AC+CE



7) Quantos dentre os números $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ satisfazem a desigualdade $-3x^2 < -14$?

(A)1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

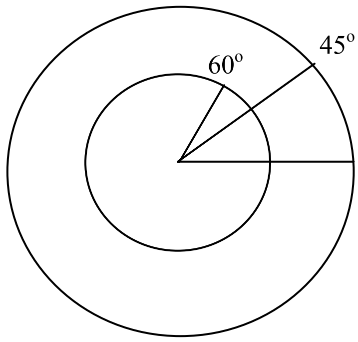
1. <u>1º caso</u>: $x \geq 1$

Nesse caso $x - 1 \geq 0$, donde $|x-1| = x-1$. A equação toma a forma $\dfrac{x-1}{x^2} = 6$ ou $6x^2 - x + 1 = 0$. Esta equação não tem raízes reais porque $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 6 \times 1 = 1 - 24$ é negativo. Logo, não temos soluções maiores ou iguais a 1.

<u>2º caso</u>: $x < 1$

Nesse caso $x - 1 < 0$, donde $|x-1| = -(x-1) = 1-x$. A equação toma a forma $\dfrac{1-x}{x^2} = 6$ ou $6x^2 + x - 1 = 0$. Resolvendo esta equação temos:
$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{12} = \dfrac{-1 \pm 5}{12} \Rightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ e $x = \dfrac{1}{3}$. Como essas duas raaízes são menores que 1, elas são as raízes da equação do enunciado.

2. **(B)** Como o arco de 60º do círculo I tem o mesmo comprimento que o arco de 45º no círculo II, concluímos que o raio do círculo I é menor que o do círculo II. Denotemos por r e R os raios dos círculos I e II respectivamente.



No círculo I o comprimento do arco de 60º, é igual a 1/6 de seu comprimento, ou seja $\dfrac{2\pi r}{6} = \dfrac{\pi r}{3}$.
Analogamente, no círculo II o comprimento do arco de 45º, é igual a 1/8 de seu comprimento, ou seja $\dfrac{2\pi R}{8} = \dfrac{\pi R}{4}$.
Logo, $\dfrac{\pi r}{3} = \dfrac{\pi R}{4} \Rightarrow \dfrac{r}{R} = \dfrac{3}{4}$. Finalmente temos:

$$\frac{\text{área do círculo I}}{\text{área do círculo II}} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

3. Nessa questão usaremos as propriedades das desigualdades.
Podemos somar o mesmo número a ambos os membros de uma desigualdade sem alterar o sinal, temos: $x > y \Rightarrow \begin{cases} x+z > y+z \text{ (somando } z \text{ a ambos os membros)} \\ x-z > y-z \text{ (somando -}z\text{ a ambos os membros)} \end{cases} \Rightarrow$ (A) e (B) corretas

A opção (C) é falsa porque z pode ser negativo, por exemplo: x=5, y=3 e z=-2 temos:
5>3, no entanto $\underbrace{5\times(-2)}_{xz} = -10 < -6 = \underbrace{3\times(-2)}_{yz}$.

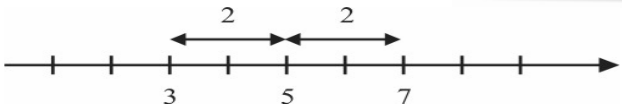
Como $z \neq 0$ então $z^2 > 0$ e $\dfrac{1}{z^2} > 0$, logo as opções (D) e (E) estão corretas porque foram obtidas multiplicando-se ambos os membros de $x > y$ por um número positivo; em (E) por z^2 e em (D) por $\dfrac{1}{z^2}$.

4. Solução:

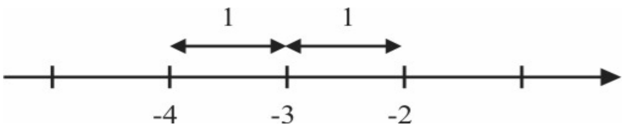
Interpretação geométrica de módulo:

$|a-b|$= distância entre a e b

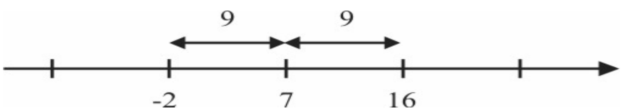
(a) $|x-5|=2 \Leftrightarrow$ números cuja distância ao 5 é 2.
Logo as raízes são 3 e 7.



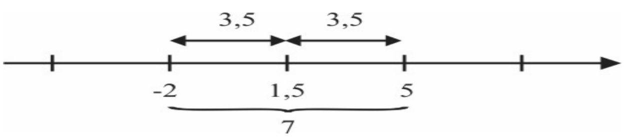
(b) $|x+3|=1 \Leftrightarrow$ números cuja distância ao -3 é 1.
Logo as raízes são -4 e -2.



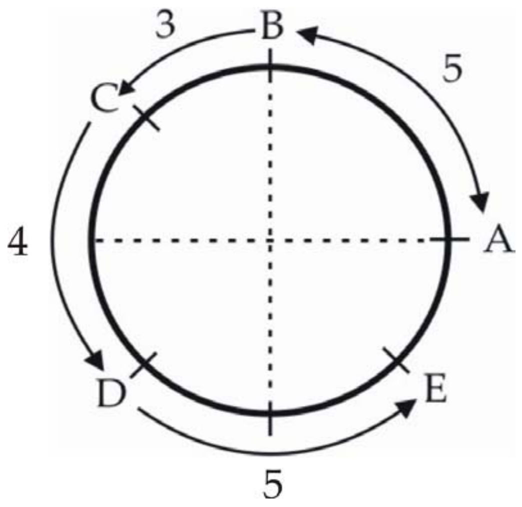
(c) Fazendo a mudança de variável $y = 3x$, a equação toma a forma $|y-7|=9 \Leftrightarrow$ números cuja distância ao 7 é 9.
Logo as raízes são $y=-2$ e $y=16$.
Destrocando a variável temos $3x=-2$ e $3x=16$, e obtemos as raízes da equação: $x = -\dfrac{2}{3}$ e $x = \dfrac{16}{3}$.



(d) As raízes da equação $|x+2|=|x-5|$ são os números equidistantes de -2 e de 5. Esses números só podem estar entre -2 e 5.
Logo, a solução é $x = 1,5$



5. **(C)**Vamos marcar os 4 pontos a partir de A.
Como o comprimento é de $20\,km$, o comprimento de cada um dos 4 quadrantes é $5\,km$. Podemos então marcar os pontos. Como $367 = 18 \times 20 + 7$, o carro deu 18 voltas completas e percorreu mais $7\,km$ a partir de A. Logo, ele passa $2\,km$ após B, o que significa que ele pára $1\,km$ de C. Portanto, C é o ponto mais próximo.



6. Note que :

- AE é a hipotenusa de um triângulo de catetos 5cm e 9 cm
- CF é a hipotenusa de um triângulo de catetos 2cm e 3 cm
- AC é a hipotenusa de um triângulo de catetos 3cm e 3 cm
- FD é a hipotenusa de um triângulo de catetos 2cm e 9 cm
- CE é a hipotenusa de um triângulo de catetos 2cm e 6 cm

Usando o Teorema de Pitágoras calculamos essas hipotenusas:

$$AE = \sqrt{5^2 + 9^2} = \sqrt{106} \approx 10,3$$

$$CF = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6 \Rightarrow CD + CF \approx 5 + 3,6 = 8,6$$

$$AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,2 \Rightarrow AC + CF \approx 4,2 + 3,6 = 7,8$$

$$FD = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85} \approx 9,22$$

$$CE = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} \approx 6,3 \Rightarrow AC + CE \approx 4,2 + 6,3 = 10,5$$

Logo, o maior é *AC+CE*

7. **(D)** Se $-3x^2 < -14$ então $3x^2 > 14$ ou $x^2 > \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$. Como estamos olhando apenas para valores inteiros de x, então x^2 também é inteiro. Sendo $x^2 > 4\frac{2}{3}$, concluímos que x^2 é no mínimo 5. Os números acima que satisfazem essa condição são $-5, -4, -3$ e 3. Logo a resposta é 4.

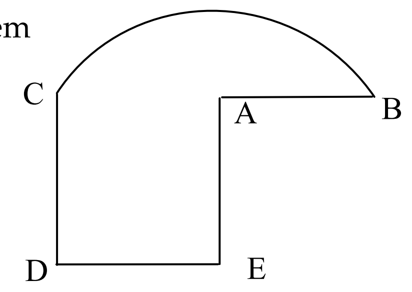
DESAFIOS

1. **(N2/N3)** Partindo do número 265863 e utilizando uma única vez cada uma das operações $+$; $-$; $\times$; $\div$, e também uma única vez os números $51, 221, 6817, 13259$, podemos obter vários números, por exemplo 54911:

$$265863 \xrightarrow{\div 221} 1203 \xrightarrow{\times 51} 61353 \xrightarrow{-13259} 48094 \xrightarrow{+6817} 54911$$

Encontre a cadeia que permite obter o menor número inteiro positivo.

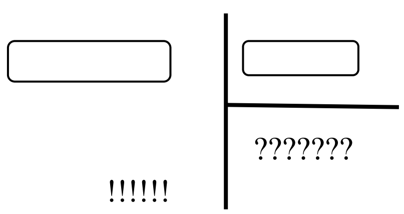
2. **(N2/N3)**Você sabe repartir a figura ao lado em duas partes idênticas (que possam ser superpostas)?AB=AE=ED=CD=CA



3.**(N1/N2/N3)** ***Cada um em seu Estado*** - Amélia, Bruno, Constância e Denise são 4 amigos que moram em Estados diferentes e se encontram sentados numa mesa quadrada, cada um ocupa um lado da mesa.

- À direita de Amélia está quem mora no Amazonas;
- Em frente à Constância está a pessoa que mora em São Paulo;
- Bruno e Denise estão um ao lado do outro;
- Uma mulher está à esquerda da pessoa que mora no Ceará.
- Um dos quatro mora na Bahia. Quem?

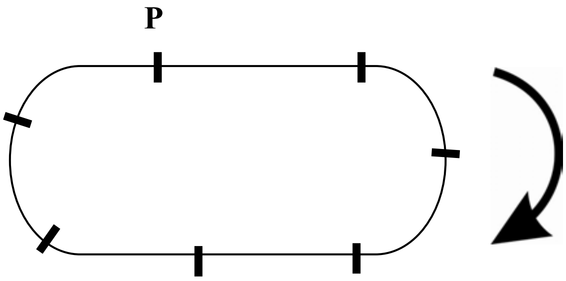
4. **(N1/N2)** ***Divisão-*** Numa divisão, aumentando o dividendo de 1989 e o divisor de 13, o quociente e o resto não se alteram. Qual é o quociente?



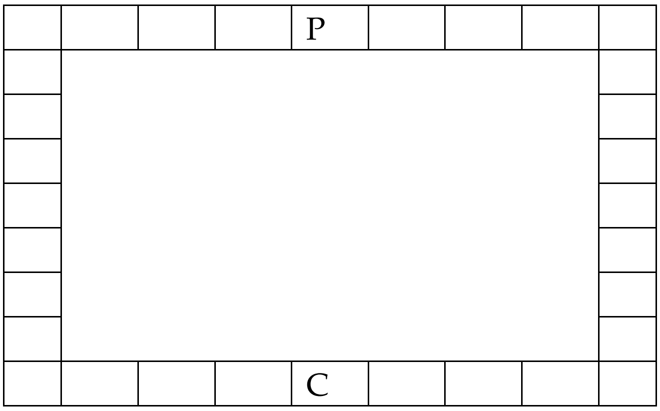
5. **(N1/N2)** ***Extra-terrestre*** – No planeta Staurus, os anos têm 228 dias (12 meses de 19 dias). Cada semana tem 8 dias: Zerum, Uni, Duodi, Trio, Quati, Quio, Seise e Sadi. Sybock nasceu num duodi que foi o primeiro dia do quarto mês. Que dia da semana ele festejará seu primeiro aniversário?

6. **(N1/N2)** ***Que família!*** Numa família cada menino tem o mesmo número de irmãos que de irmãs, e cada menina tem o dobro de irmãos que de irmãs. Qual é a composição dessa família?

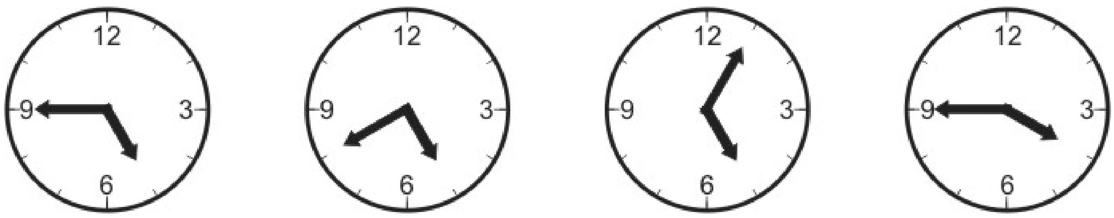
7. **(N1)** ***Siga a pista -*** Na pista de corrida ao lado, os 7 pontos de referência são marcados a cada $50\,m$. Os atletas devem fazer $2\,km$ no sentido indicado pela flexa. Eles partem do ponto P. Marque o ponto de chegada C.



8. **Cara ou Coroa** – Jerônimo joga no tabuleiro ao lado da seguinte maneira: Ele coloca uma peça na casa "PARTIDA" e ele move a peça da seguinte maneira: ele lança uma moeda, se der CARA ele avança duas casas, e se der COROA ele recua uma casa. Jerônimo lançou a moeda 20 vezes e conseguiu chegar na casa CHEGADA. Quantas vezes a moeda deu CARA?



9. **(N1)** ***Os relógios*** – Um só dos quatro relógios indica a hora correta. Um está 20 minutos adiantado, outro está 20 minutos atrasado, e o quarto está parado. Qual é a hora certa?



10. **(N1)** ***Contas do papagaio* -** Rosa tem um papagaio que faz contas de um modo estranho. Cada vez que Rosa diz dois números ele faz a mesma conta, veja:

- Se Rosa diz “4 e 2” o papagaio responde “9”
- Se Rosa diz “5 e 3” o papagaio responde “12”
- Se Rosa diz “3 e 5” o papagaio responde “14”
- Se Rosa diz “9 e 7” o papagaio responde “24”
- Se Rosa diz “0 e 0” o papagaio responde “1”

Se Rosa diz “1 e 8” o que responde o papagaio?

11. **(N1/N2)** ***As férias de Tomás* -** Durante suas férias, Tomás teve 11 dias com chuva. Durante esses 11 dias, se chovia pela manhã havia sol sem chuva à tarde, e se chovia à tarde, havia sol sem chuva pela manhã. No total, Tomás teve 9 manhãs e 12 tardes sem chuva. Quantos dias duraram as férias de Tomás?

12**. (N3)** ***Maratona de Matemática*** – Numa Maratona de Matemática, o número de questões é muito grande. O valor de cada questão é igual à sua posição na prova: 1 ponto para a questão 1, 2 pontos para a questão 2, 3 pontos para a questão 3, 4 pontos para a questão 4, …, 10 pontos para a questão 10, … e assim por diante. Joana totalizou 1991 pontos na prova, errando apenas uma questão e acertando todas as outras. Qual questão ela errou?Quantas questões tinha a prova?

13. **(N1)** – Escolhi quatro frações entre $1/2, 1/4, 1/6, 1/10$ e $1/12$ cuja soma é 1. Quais foram as frações que eu não escolhi?

14. Um jogo- Regras;

(i) Partindo da casa em cinza com o número 3 deve-se chegar à casa TOTAL deslocando-se somente por linhas ou colunas e calculando os pontos.

(ii) Quando nos deslocamos por uma linha só podemos adicionar, por exemplo passando da 3 para a –6 ao lado, obtemos 3+(-6)=-3 pontos

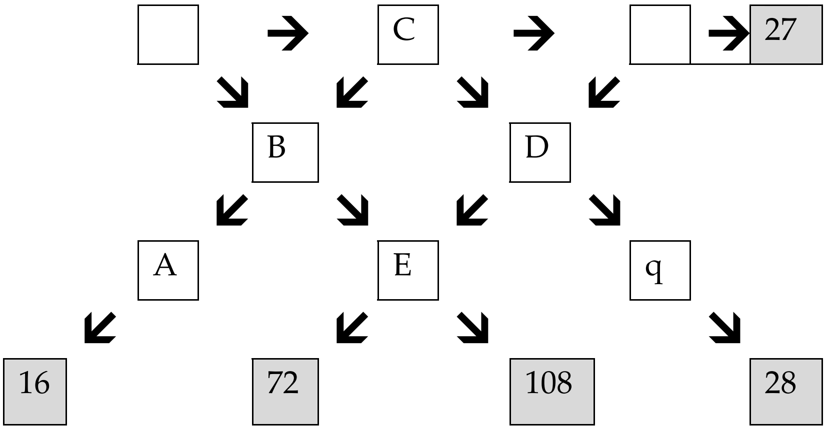
(iii) Quando nos deslocamos por uma coluna só podemos subtrair, por exemplo passando da 3 para a 5 abaixo, obtemos 3-5=-2 pontos.

(iv) Só é permitido passar uma vez por cada casa.

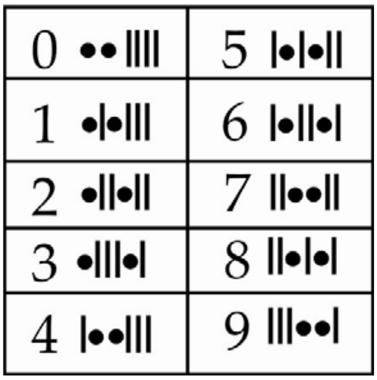
Qual o caminho que dá o maior total?

3	-6	9	-9
5	7	2	-1
-8	-3	-5	4
-4	1	6	8
0	-2	-7	TOTAL

15. **(N1/N2/N3)** ***Produtos em linha*** - Em cada uma das casas em branco do quadro abaixo escrevemos um algarismo dentre oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 de modo que os produtos efetuados em linha reta seguindo as flexas forneçam os valores indicados dentro dos casas em cinza. Em qual casa se encontra o número 2?



16. **(N2/N3)** ***Código Postal*** – Para fazer a separação em regiões da correspondência que deve ser entregue, um serviço postal indica sobre os envelopes um código postal com uma série de 5 grupos de bastões, que podem ser lidos por um leitor ótico. Os algarismos são codificados como a seguir:

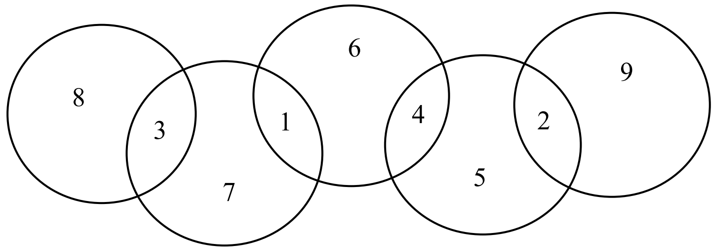


A leitura se faz da direita para a esquerda, por exemplo o código postal 91720 se escreve como . Em detalhe: 

Note que a codificação de 94, 

, tem um eixo vertical de simetria. Encontre os códigos de 47000 a 47999, aqueles que apresentam um eixo vertical de simetria.

17**. (N1/N2/N3)** ***Anéis olímpicos*** – Os números de 1 a 9 foram colocados dentro de cinco anéis olímpicos de tal modo que dentro de cada anel a soma é 11.



Disponha os 9 números de outra maneira para que a soma dentro de cada anel seja a maior possível.

18. **(N2/N3)**Denise e Antônio jogam uma série de 8 jogos no qual o vencedor da primeira partida ganha 1 ponto, o da segunda 2 pontos, o da terceira 4 pontos, o da quarta 8 pontos e assim por diante, multiplicando por 2 o número de pontos de uma partida para a outra. No final, Denise ganhou 31 pontos a mais que Antônio e não houve empate em nenhuma das partidas. Quais partidas Denise ganhou?

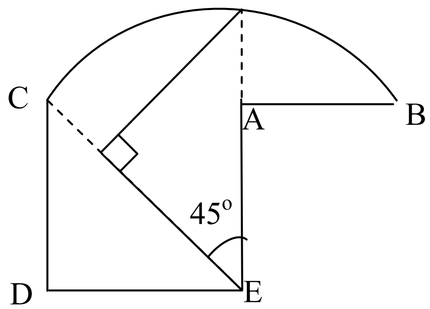
19. **(N1/N2)**Você sabe repartir um quadrado em 7 quadrados menores?

20**.(N1/N2/N3)** ***Ilha misteriosa*** -Numa misteriosa ilha havia 13 camaleões cinza, 15 camaleões marrons e 17 camaleões vermelhos. Quando dois camaleões de cores diferentes se encontram, os dois tomam a terceira cor. Por exemplo, se um cinza se encontra com um vermelho, então os dois ficam marrons. Por causa de uma tempestade, ocorreram 2 encontros cinza-vermelho, 3 encontros marrom-vermelho e 1 encontro cinza-vermelho, quantos camaleões de cada cor ficaram na ilha?

21. **(N3)*****Universo hostil -*** Num deserto há cobras, ratos e escorpiões. Cada manhã, cada cobra mata um rato. Cada meio-dia, cada escorpião mata uma cobra. Cada noite, cada rato mata um escorpião. Ao final de uma semana, à noite, só restava um rato. Quantos ratos havia na manhã no início da semana?

1. $265863 \xrightarrow{\div\ 6817} 39 \xrightarrow{+\ 221} 260 \xrightarrow{\times\ 51} 13260 \xrightarrow{-13259} 1$

2.



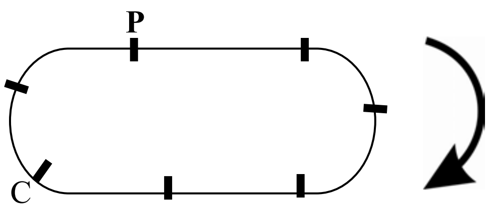
3. Bruno ou Amélia (O desafio tem duas soluções).

4. 153

5. Seise

6. 3 meninas e 4 meninos

7.



8. 12

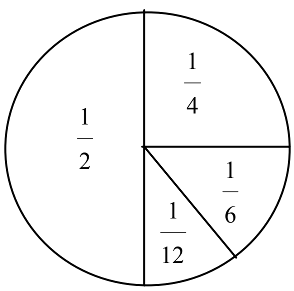
9. 17 h 05 min

10. 1

11. 16 dias

12. 25 e 63, respectivamente.

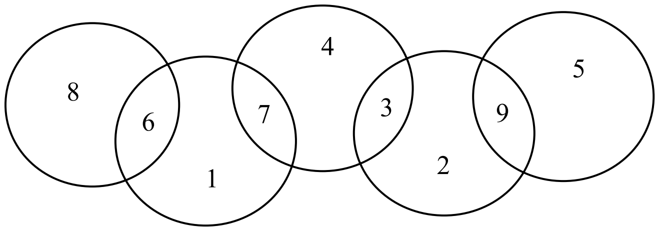
13.



15.casa B

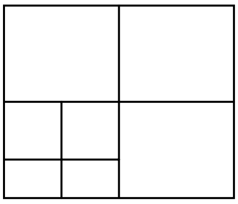
16. 47679 e 47779

17.



18. 1ª, 2ª, 3ª, 4ª e 8ª

19.



20. 16 cinzas, 18 marrons e 11 vermelhos

21. 1873